ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ

«Владивостокский морской рыбопромышленный колледж»
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования

«Дальневосточный государственный технический
рыбохозяйственный университет»

(«ВМРК» ФГБОУ ВО «ДАЛЬРЫБВТУЗ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

БД.04 МАТЕМАТИКА: алгебра и начала математического анализа; геометрия

для специальности
35.02.09
Ихтиология и рыбоводство

Владивосток
2021

ОДОБРЕНЫ
Цикловой комиссией
естественнонаучных и
математических дисциплин
Председатель:
__________ А.А. Сухомлинова
(подпись)
Протокол №1 от 01.09.2021 г.

Авторы:
преподаватели «ВМРК» ФГБОУ ВО «Дальрыбвтуз»

Волошина С.В. ____________
подпись

Осипова О.А. ____________
подпись

Романова Г.Н. ____________
подпись

Методические указания по проведению практических работ составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины БД.04 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия, утвержденной зам. начальника колледжа по УВР 01.09.21 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Порядок оформления:

Работа оформляется в отдельной тетради в соответствии с требованиями, предъявляемыми к практическим работам.

Работы должны быть написаны аккуратно (разборчивый почерк, оставление полей, записаны полностью условия заданий и т.п.). Приступать к выполнению практической работы следует только после проработки теоретического материала на занятиях, по материалам конспектов и учебника «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия» под редакцией Алимов Ш.А, «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия» под редакцией Вернер А.Л.

Практическая работа выполняется всеми учащимися и правильность решения проверяется на доске.

№ п/п	Наименование занятий	Кол-во часов
1	Практическая работа №1. Степени с рациональными показателями. Арифметический корень натуральной степени.	2
2	Практическая работа №2 Построение графиков степенных функций. Решение равносильных и иррациональных уравнений и неравенств.	2
3	Практическая работа №3 Показательная функция. Решение показательных уравнений и неравенств.	2
4	Практическая работа №4 Вычисление логарифмов	2
5	Практическая работа №5 Построение графиков логарифмических функций. Логарифмические уравнения и неравенства.	2
6	Практическая работа №6 Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса угла.	2
7	Практическая работа № 7 Тригонометрические формулы.	2
8	Практическая работа № 8 Решение тригонометрических уравнений и неравенств.	2
9	Практическая работа №9 Вычисление производной функции.	2
10	Практическая работа № 10 Исследование функции.	2
11	Практическая работа № 11 Нахождение первообразной функции.	2
12	Практическая работа № 12 Аксиомы стереометрии и следствия из них. Параллельность прямых, прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми.	2
13	Практическая работа №13 Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.	2
14	Практическая работа № 14 Призма и пирамида.	2
15	Практическая работа № 15 Цилиндр. Конус. Сфера и шар.	2

16	Практическая работа № 16 Объемы тел.	2
17	Практическая работа № 17 Векторы.	1
	Итого	**57**

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Степени с рациональными показателями. Арифметический корень натуральной степени.

Цель: Научиться применять теоретические знания вычисления арифметических корней и использовать свойства степеней с рациональными показателями для упрощения выражений.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найти арифметический квадратный корень из числа: 1; 0; 16; 0,81; 169; $\frac{1}{289}$.

Найти арифметический кубический корень из числа: 1; 0; 125; $\frac{1}{27}$; 0,027; 0,064.

Найти арифметический корень четвертой степени из числа: 0; 1; 16; $\frac{16}{81}$; $\frac{256}{625}$; 0,0016.

2) Вычислить: $\sqrt[3]{10^6}$; $\sqrt[3]{3^{12}}$; $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}$; $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}$.

3) Решить уравнение: $x^4 = 256$; $x^5 = -\frac{1}{32}$; $5x^5 = -160$; $2x^6 = 128$.

4) Вычислить: $\sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8} \cdot \sqrt[6]{64}$; $\sqrt[5]{32} - 0{,}5 \cdot \sqrt[3]{-216}$; $-\frac{1}{3} \cdot \sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$; $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4} \cdot \sqrt[4]{256}$; $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0{,}001} - \sqrt[4]{0{,}0016}$.

5) Упростить выражение: $\sqrt[3]{2ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b}$; $\sqrt[4]{3a^2b^3} \cdot \sqrt[4]{27a^2b}$; $\sqrt[4]{\frac{ab}{c}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3c}{b}}$; $\sqrt[3]{\frac{16a}{b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2ab}}$.

6) Упростить выражение: $\sqrt[5]{a^6b^7} : \sqrt[5]{ab^2}$; $\sqrt[3]{81x^4y} : \sqrt[3]{3xy}$; $\sqrt[3]{\frac{3x}{y^2}} : \sqrt[3]{\frac{y}{9x^2}}$; $\sqrt[4]{\frac{2b}{a^3}} : \sqrt[4]{\frac{a}{8b^3}}$.

7) Представьте в виде степени с рациональным показателем: $\sqrt{x^3}$; $\sqrt[3]{a^4}$; $\sqrt[4]{b^3}$; $\sqrt[5]{x^{-1}}$; $\sqrt[6]{a}$; $\sqrt[7]{b^{-3}}$.

8) Вычислить: $64^{\frac{1}{2}}$; $27^{\frac{1}{3}}$; $8^{\frac{2}{3}}$; $81^{\frac{3}{4}}$; $16^{-0,75}$; $9^{-1,5}$; $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$; $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$; $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$; $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}$.

9) Вычислить: $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$; $(0{,}04)^{-1{,}5} - (0{,}125)^{-\frac{2}{3}}$; $8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}$; $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0{,}2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}$.

10) Представьте в виде степени с рациональным показателем: $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$; $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$; $\sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}$; $a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}$; $x^{1{,}7} \cdot x^{2{,}8} : \sqrt{x^5}$; $y^{-3{,}8} : y^{-2{,}3} \cdot \sqrt[3]{y}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Построение графиков степенных функций. Решение равносильных и иррациональных уравнений и неравенств.

Цель: Научиться строить графики степенных функций и использовать их свойства, находить их область определения и множество значений, наибольшее (наименьшее) значение, определять, является ли функция ограниченной сверху (снизу), возрастающей (убывающей); применять алгоритмы решения равносильных и иррациональных уравнений и неравенств.

Время выполнения: 90 минут.

1) Изобразить схематически график функции и указать ее область определения и множество значений; выяснить, является ли функция ограничена сверху (снизу): $y = x^5$; $y = x^{-2}$; $y = x^6$.

2) Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке: $y = x^7, x \in [-2; 3]$; $y = x^{-2}, x \in [1; 4]$.

3) Пользуясь свойствами степенной функции, сравнить с единицей: $4{,}1^{12}$; $0{,}2^3$; $0{,}7^9$; $(\sqrt{3})^{22}$; $1{,}3^{-2}$; $0{,}8^{-1}$.

4) Построить график функции, указать ее область определения и множество значений. Выяснить является ли функция возрастающей (убывающей), является ли она ограниченной, принимает ли она наибольшее(наименьшее) значение: $y = (x+3)^4 + 2$.

5) Сравнить значения выражений: $3{,}1^7$ и $4{,}3^7$; $\left(\frac{10}{11}\right)^3$ и $\left(\frac{12}{11}\right)^3$; $0{,}3^8$ и $0{,}2^8$; $2{,}5^2$ и $2{,}6^2$; $\left(\frac{7}{9}\right)^{-2}$ и $\left(\frac{8}{10}\right)^{-2}$; $\left(\frac{14}{15}\right)^{-6}$ и $\left(\frac{15}{16}\right)^{-6}$.

6) Решить уравнение: $(x+7)\cdot 3 = 2x + 14$; $\frac{x-2}{x^2-1} = \frac{1-2x}{x^2-1}$.

7) Равносильны ли следующие уравнения: $3x - 7 = 5x + 5$ и $2x + 12 = 0$; $\frac{1}{5}\cdot(2x-1) = 1$ и $\frac{3x-1}{8} = 1$; $(x-5)^2 = 3\cdot(x-5)$ и $x - 5 = 3$; $|x-2| = -3$ и $3^x = (-1)^3$.

8) Равносильны ли неравенства: $2x - 1 \geq 2$ и $2\cdot(x-1) \geq 1$; $x\cdot(x+3) \geq 2x$ и $x^2(x+3) \geq 2x^2$.

9) Решить уравнения: $\frac{x-1}{x-2} - \frac{2}{x} = \frac{1}{x-2}$; $(x-2)\cdot(x^2+1) = 2\cdot(x^2+1)$.

10) Решить неравенства: $\frac{x+3}{2+x^2} < 3$; $\frac{x-2}{5-x} > 1$.

11) Решить уравнения: $\sqrt{x} = 2$; $\sqrt{x} = 7$; $\sqrt[5]{x} = 2$; $\sqrt[5]{x} = -3$; $\sqrt[5]{1-3x} = 0$; $\sqrt[4]{x} = 1$; $\sqrt[4]{2-x} = 0$; $\sqrt[5]{2x+3} = 1$; $\sqrt[5]{1-x} = 2$; $\sqrt[5]{3x^2-3} = \sqrt[5]{8x}$; $x = 1 + \sqrt{x+11}$; $\sqrt{x^2 - x - 3} = 3$.

12) Решить систему неравенств: $\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x > 2 \end{cases}$.

13) Решить неравенства: $\sqrt{x} < 3$; $\sqrt[5]{2x} < 3$; $\sqrt{2x} \leq 2$; $\sqrt{x-2} < 1$; $\sqrt{3-x} < 5$; $\sqrt{4-x} > 3$; $\sqrt{2x-3} > 4$; $\sqrt{x+1} \geq \frac{2}{3}$; $\sqrt{3x-5} < 5$; $\sqrt{4x+5} \leq \frac{1}{2}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Показательная функция. Решение показательных уравнений и неравенств.

Цель: Научиться строить графики показательных функций и использовать их свойства, находить их область определения и множество значений, наибольшее(наименьшее) значение на отрезке, определять, является ли функция возрастающей (убывающей); применять алгоритмы решения показательных уравнений и неравенств.

Время выполнения: 90 минут.

1) Изобразить схематически график функции: $y = 0{,}4^x$; $y = (\sqrt{2})^x$; $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$; $y = (\sqrt{3})^x$.

2) Используя свойство возрастания или убывания показательной функции, сравнить числа: $1{,}3^3$ и 1 ; $0{,}3^2$ и 1 ; $3{,}2^{1{,}5}$ и $3{,}2^{1{,}6}$; $0{,}2^{-3}$и $0{,}2^{-2}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ и $\left(\frac{1}{5}\right)^{1{,}4}$; 3^{π} и $3^{3{,}14}$.

3) Найти координаты точки пересечения графиков функций: $y = 3^x$ и $y = \frac{1}{3}$; $y = 9$ и $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

4) Решить уравнения: $5^x = \frac{1}{5}$; $7^x = 49$; $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \sqrt{3}$; $\left(\frac{1}{7}\right)^x = \sqrt[5]{7}$.

5) Решить уравнения: $0{,}3^{3x-2} = 1$; $2^{2x} = 2^{4\sqrt{3}}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $400^x = \frac{1}{20}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$;

$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{81}$; $2 \cdot 4^x = 64$; $0{,}5^{x+7} \cdot 0{,}5^{1-2x} = 2$; $6^{3x} \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{2x}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $3^x = 5^{2x}$; $4^x = 3^{\frac{x}{2}}$; $16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0$; $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$; $64^x - 8^x - 56 = 0$; $2^{x^2-7x+10} = 1$; $2^{\frac{x-1}{x-2}} = 4$; $0{,}5^{\frac{1}{x}} = 4^{\frac{1}{x+1}}$.

6) Решить неравенства: $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$; $4^x < \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \le \frac{1}{9}$; $5^{x-1} \le \sqrt{5}$; $3^{\frac{x}{2}} > 9$; $3^{x^2-4} \ge 1$; $5^{2x^2-18} < 1$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Вычисление логарифмов.

Цель: Научиться вычислять логарифмы и использовать их свойства для упрощения логарифмических выражений.

Время выполнения: 90 минут.

1) Вычислить: $\log_2 16$; $\log_2 64$; $\log_2 2$; $\log_2 1$; $\log_2\frac{1}{2}$; $\log_2\frac{1}{8}$; $\log_2\sqrt{2}$; $\log_2\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$; $\log_3 27$; $\log_3 81$; $\log_3 3$; $\log_3 1$; $\log_3\frac{1}{9}$; $\log_3\frac{1}{3}$; $\log_3\sqrt[4]{3}$; $\log_3\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$; $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{32}$; $\log_{\frac{1}{2}}4$; $\log_{0,5}0,125$; $\log_{0,5}\frac{1}{2}$; $\log_{0,5}1$; $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{2}$; $\log_5 625$; $\log_6 216$; $\log_4\frac{1}{16}$; $\log_5\frac{1}{125}$; $\log_{\frac{1}{5}}125$; $\log_{\frac{1}{3}}27$; $\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{64}$; $\log_{\frac{1}{6}}36$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{6\log_{\frac{1}{2}}2}$; $7^{\frac{1}{2}\log_7 9}$; $9^{\log_3 12}$; $0,125^{\log_{0,5}1}$.

2) Решить уравнение: $\log_5 x = 4$; $\log_3(x+2) = 3$.

3) Выяснить, при каких значениях x существует логарифм: $\log_{0,2}(7-x)$; $\log_8\frac{5}{2x-1}$; $\log_{0,7}(-2x^3)$

4) Вычислить: $\log_{10}8+\log_{10}125$; $\log_{12}2+\log_{12}72$; $\log_3 6+\log_3\frac{3}{2}$; $\log_5 75-\log_5 3$; $\log_{\frac{1}{3}}54-\log_{\frac{1}{3}}2$; $\log_8\frac{1}{16}-\log_8 32$; $\log_{11}\sqrt[3]{121}$; $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[4]{243}$; $\log_2\frac{1}{\sqrt[6]{128}}$; $\log_9 15+\log_9 18-\log_9 10$; $2\log_{\frac{1}{3}}6-\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}400+3\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{45}$; $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$; $\frac{\log_7 8}{\log_7 15-\log_7 30}$.

5) Выразить данный логарифм через логарифм с основанием 7: $\lg 6$; $\log_2 7$; $\log_5\frac{1}{3}$; $\lg 7$; $\log_3 7$

6) Решить уравнение: $\log_2 x-2\log_{\frac{1}{2}}x=9$; $\log_9 x^2+\log_{\sqrt{3}}x=3$; $\log_4 x-\log_{16}x=\frac{1}{4}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Построение графиков логарифмических функций. Логарифмические уравнения и неравенства.

Цель: Научиться строить графики логарифмических функций и использовать их свойства, находить их область определения и множество значений, определять, является ли функция возрастающей (убывающей);

применять алгоритмы решения логарифмических уравнений и неравенств, с использованием свойств логарифмов.

Время выполнения: 90 минут.

1) Сравнить числа: $\log_{\frac{1}{3}} 9$ и $\log_{\frac{1}{3}} 17$; $\log_2 \frac{\sqrt{5}}{2}$ и $\log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2) Выяснить, является ли положительным или отрицательным число: $\log_3 0{,}45$; $\log_{0,5} 9{,}6$.

3) Сравнить с единицей число x, если: $\log_3 x = -0{,}3$; $\log_{\frac{1}{3}} x = 1{,}7$; $\log_2 x = 1{,}3$.

4) Выяснить, является ли возрастающей или убывающей функция: $y = \log_{0,075} x$; $y = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x$; $y = \lg x$; $y = \ln x$.

5) Построить график функции: $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

6) Построить схематически график функции: $y = \lg x$; $y = \ln x$; $y = \log_{0,4} x$; $y = \log_{\frac{1}{5}} x$.

7) Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{5}} x \le \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{8}$; $\ln x > \ln 0{,}5$; $\log_{0,4} x > 2$; $\log_{0,4} x \le 2$; $\log_8(4-2x) \ge 2$; $\log_3(x+1) < -2$; $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \ge -2$; $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \ge -1$; $\log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < -2$; $\lg x > 2 - \lg 4$; $\log_2(x-4) < 1$; $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) \ge \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$; $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}}(12-x) \ge -2$.

8) Решить уравнение: $\log_5(3x+1) = 2$; $\log_7(x+3) = 2$; $\lg(2-5x) = 1$; $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$; $\lg(x+\sqrt{3}) + \lg(x-\sqrt{3}) = 0$; $\lg(x-1) + \lg(x+1) = 0$; $\lg(x-1) - \lg(2x-11) = \lg 2$; $\lg(3x-1) - \lg(x+5) = \lg 5$; $\log_3(x^3 - x) - \log_3 x = \log_3 3$; $\frac{1}{2} \cdot \lg(x^2 - 4x - 1) = \lg(8x) - \lg(4x)$; $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) = \log_{\frac{1}{2}}(6x+8)$.

9) Найти область определения: $y = \log_{0,3}(1+x)$; $y = \log_{\sqrt{2}}(4-x^2)$; $y = \log_2(7-5x)$; $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2-2)$; $y = \log_7(4-x^2)$.

10) Установить, какое из данных двух уравнений является следствием другого уравнения: $x-3=0$ и $x^2-5x+6=0$; $|x|=5$ и $\sqrt{x^2}=5$; $\frac{x^2-3x+2}{x-1}=0$ и $x^2-3x+2=0$ $\log_8 x+\log_8(x-2)=1$ и $\log_8\left(x\cdot(x-2)\right)=1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса угла.

Цель: Научиться выражать радианную меру угла в градусах и градусную меру угла в радианах, вычислять значения синуса, косинуса и тангенса угла по таблице, определять знаки синуса, косинуса и тангенса угла.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найти радианную меру угла, выраженного в градусах: 40^0 ; 120^0 ; 150^0 ; 75^0 ; 32^0 ; 140^0 .

2) Найти градусную меру угла, выраженного в радианах: $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{9}$; $\frac{3\pi}{4}$; 2 ; 3 ; $0{,}36$.

3) Вычислить: $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\cos\frac{\pi}{2}$; $\sin\pi-\cos\pi$; $\sin 0-\cos 2\pi$; $\sin\pi+\sin 1{,}5\pi$; $\sin 0+\cos 2\pi$; $\sin 3\pi-\cos\frac{3\pi}{2}$; $\cos 0-\cos 3\pi+\cos 3{,}5\pi$; $tg\,\pi+\cos\pi$; $tg\,0^0-tg\,180^0$; $tg\,\pi+\sin\pi$; $\cos\pi-tg\,2\pi$; $3\sin\frac{\pi}{6}+2\cos\frac{\pi}{6}-tg\,\frac{\pi}{3}$; $5\sin\frac{\pi}{4}+3tg\,\frac{\pi}{4}-5\cos\frac{\pi}{4}-10ctg\,\frac{\pi}{4}$; $\left(2tg\,\frac{\pi}{6}-tg\,\frac{\pi}{3}\right):\cos\frac{\pi}{6}$; $\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{6}-tg\,\frac{\pi}{4}$.

4) Найти значения синуса и косинуса числа β, если: $\beta=4\pi$; $\beta=\frac{5}{2}\pi$.

5) Определить знак числа $\sin\alpha$, если: $\alpha=-\frac{33\pi}{7}$; $\alpha=-0{,}1\pi$; $\alpha=-470^0$.

6) Определить знак числа $\cos\alpha$, если: $\alpha=\frac{7\pi}{6}$; $\alpha=4{,}6$; $\alpha=-150^0$.

7) Определить знак числа $tg\alpha$, если: $\alpha=\frac{12\pi}{5}$; $\alpha=3{,}7$; $\alpha=283^0$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Тригонометрические формулы.

Цель: Научиться применять основные тригонометрических тождества для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них; упрощать и находить значение выражений, содержащих синус, косинус и тангенс угла с помощью тригонометрических формул.

Время выполнения: 90 минут.

1) Могут ли одновременно выполняться равенства: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$ и $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$; $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{5}$ и $\cos\alpha = \frac{\sqrt{23}}{5}$; $\sin\alpha = 0{,}2$ и $\cos\alpha = 0{,}8$.

2) По значению одной из тригонометрических функций ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$) найти значения остальных трех: $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\cos\alpha = 0{,}8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$; $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$; $\sin\alpha = -\frac{2}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$; $\operatorname{tg}\alpha = -2{,}4$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{7}{24}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

3) Доказать тождество: $(1 - \sin\alpha)\cdot(1 + \sin\alpha) = \cos^2\alpha$; $\frac{\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha} = \operatorname{ctg}^2\alpha$; $\frac{1}{1+\operatorname{ctg}^2\alpha} + \cos^2\alpha = 1$; $(1 - \sin^2\alpha)\cdot(1 + \operatorname{tg}^2\alpha) = 1$; $\sin^2\alpha\cdot(1 + \operatorname{ctg}^2\alpha) - \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$.

4) Упростить выражение: $\cos\alpha - \sin\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha$; $\frac{\cos^2\alpha}{1-\sin\alpha}$; $\cos\alpha - \operatorname{ctg}\alpha\cdot(-\sin\alpha)$; $\operatorname{tg}(-\alpha)\cdot\operatorname{ctg}(-\alpha) + \cos^2(-\alpha) + \sin^2\alpha$.

5) Упростить выражение и найти его значение: $\frac{\sin^2\alpha - 1}{1-\cos^2\alpha}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1$ при $\alpha = \frac{\pi}{3}$; $\cos^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha + \sin^2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$; $\cos^2\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha\cdot\operatorname{ctg}^2\alpha + \sin^2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{3}$

6) Вычислить: $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$;

$2\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; $\frac{3-\sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$;

$2\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+3+7{,}5\cdot\mathrm{tg}\,(-\pi)+\frac{1}{8}\cdot\cos\frac{3\pi}{2}$.

7) Вычислить: $\cos 19°30' \cdot \cos 25°30' - \sin 19°30' \cdot \sin 25°30'$;

$\cos\frac{8\pi}{7}\cdot\cos\frac{\pi}{7}+\sin\frac{8\pi}{7}\cdot\sin\frac{\pi}{7}$; $\sin 73^0\cdot\cos 17^0+\cos 73^0\cdot\sin 17^0$;

$\sin 73^0\cdot\cos 13^0-\cos 73^0\cdot\sin 13^0$;

$\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{5\pi}{12}$; $\sin\frac{7\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{7\pi}{12}$.

8) Упростить выражение: $\cos 3\alpha\cdot\cos\alpha-\sin\alpha\cdot\sin 3\alpha$;

$\cos 5\beta\cdot\cos 2\beta+\sin 5\beta\cdot\sin 2\beta$; $\cos\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{5}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{5}+\alpha\right)$;

$\sin(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\cdot\cos(-\beta)$;

$\cos\left(\frac{\pi}{7}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{5\pi}{14}-\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{7}+\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{5\pi}{14}-\alpha\right)$; $\sin(-\beta)\cdot\cos(-\alpha)-\sin(\alpha-\beta)$.

9) Вычислить: $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos\alpha=-\frac{1}{3}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$;

$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)$, если $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$ и $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$;

$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$, если $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

10) Вычислить: $2\cdot\sin 15^0\cdot\cos 15^0$; $\cos^2 15^0-\sin^2 15^0$; $\frac{2\cdot\mathrm{tg}\,15^0}{1-\mathrm{tg}^2 15^0}$;

$(\cos 75^0-\sin 75^0)^2$;

$2\cdot\sin 75^0\cdot\cos 75^0$; $\cos^2 75^0-\sin^2 75^0$; $\frac{6\cdot\mathrm{tg}\,75^0}{1-\mathrm{tg}^2 75^0}$; $\frac{\mathrm{tg}^2 22^0 30'-1}{\mathrm{tg}\,22^0 30'}$.

11) Вычислить: $\sin 2\alpha$, если $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$ и $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$; $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha=\frac{4}{5}$; $\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$; $\mathrm{tg}\,2\alpha$, если $\mathrm{tg}\,\alpha=0{,}5$.

12) Упростить выражение: $\frac{\sin 2\alpha}{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-1}$; $\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$.

13) Вычислить: $1-2\cdot\sin^2\frac{\pi}{12}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2}+2\cdot\cos^2 15^0$.

14) Вычислить $\sin\frac{\alpha}{2}$, $\cos\frac{\alpha}{2}$, $\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$, $\mathrm{ctg}\,\frac{\alpha}{2}$, если: $\cos\alpha=0{,}6$ и $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$; $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

15) Упростить выражение: $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)$; $\cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)-\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$.

16) Вычислить: $\sin 105^0-\sin 75^0$; $\cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}$; $\sin 105^0+\sin 165^0$.

17) Доказать тождество: $\frac{\sin\alpha+\sin 3\alpha}{\cos\alpha+\cos 3\alpha}=\operatorname{tg} 2\alpha$; $\frac{\sin 2\alpha+\sin 4\alpha}{\cos 2\alpha-\cos 4\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Решение тригонометрических уравнений и неравенств.

Цель: Научиться находить значения arccos a, arcsin a и arctg a, применять алгоритмы решения тригонометрических уравнений и неравенств.

Время выполнения: 90 минут.

1) Вычислить: $\arccos 1$; $\arccos\frac{1}{2}$; $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\arcsin 1$; $\arcsin\frac{1}{2}$; $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\operatorname{arctg}(-1)$; $\operatorname{arctg}\sqrt{3}$; $2\cdot\operatorname{arctg}1+3\cdot\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; $5\cdot\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})-3\cdot\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\arcsin\frac{1}{\sqrt{2}}+\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; $3\cdot\arcsin(-1)-2\cdot\arccos 0$; $4\cdot\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+6\cdot\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2) Решить уравнение: $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\cos 2x=-1$; $2\cdot\cos\frac{x}{3}=\sqrt{3}$; $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=0$; $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sin 2x=-1$; $2\cdot\sin\frac{x}{2}=\sqrt{3}$; $\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=0$; $tg\ x=\sqrt{3}$; $tg\ x=-1$; $tg\ x=-5$; $1+tg\ \frac{x}{3}=0$.

3) Решить уравнение: $\cos^2 x=\frac{1}{2}$; $2\cdot\cos^2 x+\cos x-6=0$; $3\cdot\cos^2 x-\sin x-1=0$; $2\cdot\sin^2 x+3\cdot\cos x=0$; $tg\ x=ctg\ x$; $tg^2\ x-tg\ x+1=0$; $\cos x=\sin x$; $2\cdot\sin x+\cos x=0$.

4) Решить неравенство: $\cos x<\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos x\le-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos x<-2$; $\cos x\le-1$; $\sin x\le\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin x>-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin x>1$; $\sin x\ge 1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Вычисление производной функции.

Цель: Изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости; научиться находить производную степенных, элементарных и сложных функций; пользоваться таблицей производных элементарных функций; знать правила дифференцирования и уметь ими пользоваться для нахождения производных.

Время выполнения: 90 минут.

1) Точка движется по закону $s(t) = 1 + 3t$. Найти среднюю скорость движения за промежуток времени: от $t = 0{,}8$ до $t = 1$.

2) Найти среднюю скорость движения точки на отрезке $[1;\ 1{,}2]$, если закон ее движения $s = s(t)$ задан формулой: $s(t) = t^2$.

3) Найти мгновенную скорость движения точки, если: $s(t) = 2 - 3t$.

4) Закон движения задан формулой $s(t) = 0{,}25t + 2$. Найти: 1) среднюю скорость движения от $t = 4$ до $t = 8$. 2) скорость движения в моменты $t = 4$ и $t = 8$.

5) Используя определение производной, найти $f'(x)$, если: $f(x) = 5x + 7$; $f(x) = -3x^2 + 2$

6) Найти производную: x^6; x^7; x^{11}; x^{13}; x^{-3}; x^{-4}; x^{-7}; $x^{\frac{2}{3}}$; $x^{\sqrt{3}}$; $\frac{1}{x^9}$; $\sqrt[4]{x}$; $\sqrt[3]{x^2}$; $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$; $\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}$; $(5x + 2)^{-3}$; $(1 - 2x)^{-6}$; $(2 - 5x)^4$; $(2x)^3$; $(-5x)^4$.

7) Найти $f'(x_0)$, если: $f(x) = x^{-2}$, $x_0 = 3$; $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 4$; $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $x_0 = 8$; $f(x) = \sqrt{5 - 4x}$, $x_0 = 1$; $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$, $x_0 = 1$.

8) Найти производную: $x^2 - x$; $3x^2$; $-17x^2$; $-4x^3$; $0{,}5x^3$; $13x^2 + 26$; $8x^2 - 16$; $5x^2 + 6x - 7$; $x^4 + 2x^2$; $x^5 - 3x^2$; $x^3 + 5x$; $-2x^3 + 18x$; $2x^3 - 3x^2 + 6x + 1$; $-3x^3 + 2x^2 - x - 5$; $x^3 + \frac{1}{x^2}$; $2\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}$; $3\sqrt[6]{x} + 7\sqrt[14]{x}$.

9) Найти $f'(0)$ и $f'(2)$, если: $f(x) = x^3 - 2x$; $f(x) = -x^3 + x^2$; $f(x) = x^2 + x + 1$.

10) Найти $f'(3)$ и $f'(1)$, если: $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + 1$; $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$; $f(x) = x^{\frac{3}{2}} - x^{-\frac{3}{2}}$.

11) Дифференцируема ли функция $y = f(x)$ в точке x , если: $y = \frac{3x-5}{(x-3)^2}$, $x = 3$

;

$y = \sqrt{x+1}$, $x = 0$; $y = \sqrt{5-x}$, $x = 4$.

12) Найти значения x, при которых значение производной функции $f(x) = 0$, если:

$f(x) = -x^2 + 3x + 1$; $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 3$; $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 1$; $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$; $f(x) = x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 5$.

13) Найти производную функции: $(x+2) \cdot \sqrt[3]{x}$; $(x-1) \cdot \sqrt{x}$.

14) Найти $f'(1)$, если: $f(x) = (2x-1)^5 \cdot (1+x)^4$; $f(x) = \sqrt{2-x} \cdot (3-2x)^8$; $f(x) = (5x-4)^6 \cdot \sqrt{3x-2}$.

15) Найти производную функции: $\frac{\sqrt{x}+x^2+1}{x-1}$.

16) Найти $f'(1)$, если: $f(x) = \frac{2x^2}{1-7x}$.

17) Найти производную функции: $e^x + x^2$; $e^{2x} + \frac{1}{x}$; $e^{-3x} + \sqrt{x}$; $e^{\frac{1}{2}x-1} - \sqrt{x-1}$;

$e^{0{,}3x+2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$; $e^{1-x} + x^{-3}$; e^{x^2}; e^{2x^3}; $3^x - x^{-2}$; $e^{2x} - x$; $e^{3x} + 2x^2$; 3^{x^2+2} ; $3^x - e^{2x}$; $e^{2-x} + \sqrt[3]{x}$; $e^{3-x} + \frac{1}{x^4}$; $3\ln x - 2^x$; $\log_2 x + \frac{1}{2x}$; $3x^{-3} - \log_3 x$; $\ln(x^2 - 2x)$;

$(3x^2 - 2) \cdot \log_3 x$; $\cos x - 1$; $\cos x + e^x$; $\sin x - 2^x$; $\cos(x+2)$; $\sin(3-x)$; $\cos(x^3)$;

$\sin\left(\frac{x}{3} + 3\right) + 2^x$; $3\cos 4x - \frac{1}{2x}$; $\frac{3^x}{\sin x}$; $\ln x \cdot \cos 3x$; $\log_3 x \cdot \sin 2x$.

18) Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0: $f(x) = e^{3x-2} - \ln(3x-1)$, $x_0 = \frac{2}{3}$; $f(x) = 2^x - \log_2 x$, $x_0 = 1$; $f(x) = \log_{0,5} x - 3^x$, $x_0 = 1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Исследование функции.

Цель: Научиться вычислять угловой коэффициент касательной и составлять ее уравнение; применять производную для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремумов функций; проведение с помощью производной исследования функции; установление связи свойств функции и производной по их графикам.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найти значения k и b, если прямая $y = kx + b$ проходит через точку $(x_0; y_0)$ и образует с осью Ox угол α: $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $x_0 = -3$, $y_0 = 2$; $\alpha = -\frac{\pi}{6}$, $x_0 = -1$, $y_0 = -1$.

2) Найти угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0: $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$; $f(x) = e^x$, $x_0 = \ln 3$.

3) Найти угол между касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 и осью Ox: $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = 1$; $f(x) = \frac{18}{\sqrt{x}}$, $x_0 = 3$; $f(x) = \ln(2x+1)$, $x_0 = 2$.

4) Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0: $f(x) = x - 3x^2$, $x_0 = 2$; $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = -2$; $f(x) = e^x$, $x_0 = 0$; $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 1$.

5) Найти промежутки возрастания и убывания функции: $y = 5x^2 - 3x - 1$; $y = 5x^4 - 2x^2$; $y = x^2 + 12x - 100$; $y = x^3 - 6x^2 + 9$.

6) Найти стационарные точки функции: $y=\frac{x}{2}+\frac{8}{x}$; $y=2x^3-15x^2+36x$; $y=e^{x^2-1}$; $y=e^{2x}-2e^x$; $y=\sin x-\cos x$; $y=\frac{2+x^2}{x}$; $y=\frac{x^2+3}{2x}$; $y=2^{x^2+x}$.

7) Найти точки экстремума функции: $y=3x^2+36x-1$; $y=\frac{x}{5}+\frac{5}{x}$; $y=\frac{4}{x}+\frac{x}{16}$.

8) Найти точки экстремума и значения функции в этих точках: $y=x^4-8x^2+3$;

$y=x^3-3x^2$; $y=x+\sin x$; $y=2\cos x+x$.

9) Найти наибольшее и наименьшее значения функции: $f(x)=x^4-8x^2+5$ на отрезке $[-3;2]$; $f(x)=x+\frac{1}{x}$ на отрезке $[-2;-0{,}5]$.

10) Построить график функции: $y=2+3x-x^3$; $y=-x^3+4x^2-4x$; $y=x^3+6x^2+9x$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11

по учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Нахождение первообразной функции.

Цель: Научиться решать задачи на связь первообразной и ее производной, вычислять первообразную для данной функции, научиться применять интеграл для вычисления площадей с помощью формулы Ньютона—Лейбница.

Время выполнения: 90 минут.

1) Показать, что функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$ на всей числовой прямой: $F(x)=\frac{x^6}{6}$, $f(x)=x^5$; $F(x)=\frac{x^5}{5}+1$, $f(x)=x^4$.

2) Найти первообразную функции: $5x^4+2x^3$; $\frac{2}{x^3}-\frac{3}{x}$; $4\sqrt[5]{x}-6\sqrt{x}$; $5\sin x+2\cos x$; $3e^x-\sin x$; $1+3e^x-4\cos x$; $\frac{4}{\sqrt{x}}+\frac{3}{x}-2e^{-x}$; $(x-3)^3$; $\frac{3}{\sqrt[5]{x+3}}$; $\frac{3}{x-3}-2\sin(x-1)$; $\cos(3x+4)$; $\sin\left(\frac{x}{4}+5\right)$; e^{3x-5} ; $\frac{1}{3x-1}$.

3) Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x = a,\ x = b$, осью Ox и графиком функции $y = f(x)$: $a = 3,\ b = 4,\ f(x) = x^2$; $a = 0,\ b = 2,\ f(x) = x^3 + 1$; $a = -\frac{\pi}{6},\ b = 0,\ f(x) = \cos x$.

4) Вычислить интеграл: $\int_0^3 x^2 dx$; $\int_{-2}^3 2x dx$; $\int_1^2 \frac{1}{x^5} dx$; $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$; $\int_1^e \frac{1}{x} dx$; $\int_0^{\ln 2} e^x dx$; $\int_{-\pi}^{2\pi} \cos x\, dx$; $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x\, dx$; $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x\, dx$; $\int_{-3\pi}^{0} \cos 3x\, dx$; $\int_{-3}^{2} (2x - 3) dx$; $\int_{-2}^{-1} (5 - 4x) dx$;

$\int_{-1}^{2} (1 - 3x^2) dx$; $\int_{-1}^{1} (x^2 + 1) dx$; $\int_0^2 (3x^2 - 4x + 5) dx$; $\int_0^4 (x - 3\sqrt{x}) dx$; $\int_1^9 \left(2x - \frac{3}{\sqrt{x}}\right) dx$; $\int_0^2 e^{3x} dx$; $\int_1^3 2e^{2x} dx$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12

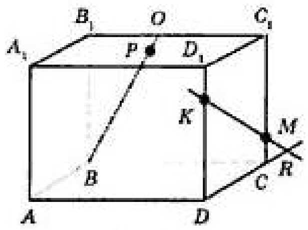
учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Аксиомы стереометрии и следствия из них. Параллельность прямых, прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми.

Цель: Закрепить основные понятия и аксиомы стереометрии, использовать их при решении стандартных задач логического характера, научиться изображать точки, прямые и плоскости на проекционном чертеже при различном их взаимном расположении в пространстве; научиться выполнять построение углов между прямыми, прямой и плоскостью; формулировать и приводить доказательства признаков взаимного расположения прямых и плоскостей; применять признаки и свойства расположения прямых и плоскостей при решении задач; распознавать на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей.

Время выполнения: 90 минут.

1) По рисунку назовите: а) точки, лежащие в плоскости DCC_1 и BQC ; б) плоскости, в которых лежит прямая AA_1; в) точки пересечения прямой MK с плоскостью ABD, прямых DK и BP с плоскостью $A_1B_1C_1$;



г) прямые, по которым пересекаются плоскости AA_1B_1 и ACD, PB_1C_1 и ABC;

д) точки пересечения прямых MK и DC, B_1C_1 и BP, C_1M и DC.

2) Верно ли, что: а) любые три точки лежат в одной плоскости;

б) любые четыре точки лежат в одной плоскости; в) любые четыре точки не лежат в одной плоскости; г) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна?

3) Две прямые пересекаются в точке M. Докажите, что все прямые, не проходящие через точку M и пересекающие данные прямые, лежат в одной плоскости. Лежат ли в одной плоскости все прямые, проходящие через точку M?

4) Верно ли утверждение: а) если две точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежит в этой плоскости; б) если три точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежит в этой плоскости?

5) Две смежные вершины и точка пересечения диагоналей параллелограмма лежат в плоскости α. Лежат ли остальные вершины трапеции в плоскости α? Ответ обоснуйте.

6) Верно ли, что прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она: а) пересекает две стороны треугольника; б) проходит через одну из вершин треугольника?

7) Даны прямая и точка, не лежащая на этой прямой. Докажите, что все прямые, проходящие через данную точку и пересекающие данную прямую, лежат в одной плоскости.

8) Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Пересекаются ли плоскости, проходящие через точки A, B, C и A, B, D?

9) Могут ли две плоскости иметь: а) только одну общую точку; б) только две общие точки; в) только одну общую прямую?

10) Три прямые проходят через одну точку. Через каждые две из них проведена плоскость. Сколько всего проведено плоскостей?

11) Точка С лежит на отрезке АВ. Через точку А проведена плоскость, а через точки В и С - параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках B_1 и C_1. Найти длину отрезка CC_1, если: а) точка С - середина отрезка АВ и $BB_1 = 7см$; б) $AC:CB = 3:2$ и $BB_1 = 20см$.

12) Точки А и В лежат в плоскости α, а точка С не лежит в этой плоскости. Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков АС и ВС, параллельна плоскости α .

13) Точка М не лежит в плоскости прямоугольника ABCD. Докажите, что прямая CD параллельна плоскости ABM.

14) На сторонах АВ и АС треугольника АВС взяты соответственно точки D и E так, что длина отрезка DE равна 5 см и $\frac{BD}{DA} = \frac{2}{3}$. Плоскость α проходит через точки В и С и параллельна отрезку DE. Найти длину отрезка ВС.

15) Основание АВ трапеции ABCD параллельно плоскости α, а вершина С лежит в этой плоскости. Докажите, что: а) основание CD трапеции лежит в плоскости α ; б) средняя линия трапеции параллельна плоскости α.

16) Прямая m пересекает сторону АВ треугольника АВС. Какое взаимное расположение прямых m и ВС, если: а) прямая m лежит в плоскости АВС и не имеет общих точек с отрезком АС; б) прямая m не лежит в плоскости АВС.

17) Может ли каждая из двух скрещивающихся прямых быть параллельна третьей прямой? Ответ обоснуйте.

18) Даны параллелограмм ABCD и трапеция АВЕК с основанием ЕК, не лежащие в одной плоскости. а) Выясните взаимное расположение прямых CD и ЕК.

б) Найдите периметр трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность и $AB = 22{,}5$ см, $EK = 27{,}5$ см.

19) Прямые OB и CD параллельные, а OA и CD - скрещивающиеся прямые. Найдите угол между прямыми OA и CD, если: а) $\angle AOB = 40^0$; б) $\angle AOB = 135^0$; $\angle AOB = 90^0$.

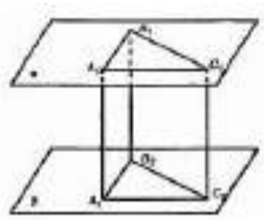
20) Прямая m параллельна диагонали BD ромба ABCD и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что: а) m и AC - скрещивающиеся прямые - и найдите угол между ними; б) m и AD - скрещивающиеся прямые - и найдите угол между ними, если угол ABC равен 128^0 .

21) Прямая m пересекает плоскость α в точке B. Существует ли плоскость, проходящая через прямую m и параллельная плоскости α ?

22) Плоскости α и β параллельны, прямая m лежит в плоскости α. Докажите, что прямая m параллельна плоскости β.

23) Две стороны треугольника параллельны плоскости α. Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости α.

24) Параллельные плоскости α и β пересекают сторону AB угла BAC соответственно в точках A_1 и A_2 , а сторону AC этого угла - соответственно в точках B_1 и B_2 . Найдите: AA_2 и AB_2 , если $A_1A_2 = 2A_1A = 12$ см , $AB_1 = 5$ см .



25) Параллельные отрезки A_1A_2 ,B_1B_2 и C_1C_2 заключены между параллельными плоскостями α и β. (см. рис.).

а) Определите вид четырехугольников $A_1B_1B_2A_2$, $B_1C_1C_2B_2$ и $A_1C_1C_2A_2$. б) Докажите, что $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta A_2B_2C_2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13

учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.

Цель: Научиться изображать на рисунках перпендикуляры и наклонные к плоскости, углы между прямой и плоскостью и обосновывать построения; определять и вычислять расстояния в пространстве; описывать расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве; формулировать и доказывать основные теоремы о расстояниях; отработать определение двугранного угла и его характеристику (линейный угол), по аналогии с плоским углом; научиться строить линейный угол двугранного угла; воспроизводить доказательство признака и свойств перпендикулярных плоскостей на основе понятия двугранного угла.

Время выполнения: 90 минут.

1) Точки А, М и О лежат на прямой, перпендикулярной к плоскости α, а точки О, В, С и D лежат в плоскости α. Какие из следующих углов являются прямыми: $\angle AOB, \angle MOC, \angle DAM, \angle DOA, \angle BMO$?

2) Прямая ОА перпендикулярна плоскости ОВС, и точка О является серединой отрезка AD. Докажите, что: а) AB=DB; б) AB=AC, если OB=OC; в) OB=OC, если AB=AC.

3) Прямая CD перпендикулярна к плоскости правильного треугольника ABC. Через центр О этого треугольника проведена прямая ОК, параллельная прямой CD. Известно, что AB=$16\sqrt{3}$ см, OK=12 см, CD=16 см. Найдите расстояния от точек D и К до вершин А и В треугольника.

4) Прямая PQ параллельна плоскости α. Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α, которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1. Докажите, что $PQ = P_1Q_1$.

5) Прямая MB перпендикулярна к сторонам AB и BC треугольника ABC. Определите вид треугольника MBD, где D - произвольная точка прямой AC.

6) В треугольнике ABC сумма углов A и B равна 90^0. Прямая BD перпендикулярна к плоскости ABC. Докажите, что CD⊥AC.

7) Из некоторой точки проведены к плоскости две наклонные. Докажите, что:

а) если наклонные равны, то равны и их проекции; б) если проекции наклонных равны, то равны и наклонные; в) если наклонные не равны, то большая наклонная имеет большую проекцию.

8) Концы отрезка отстоят от плоскости α на расстояниях 1 см и 4 см. Найдите расстояния от середины данного отрезка до плоскости α.

9) Из точки M проведен перпендикуляр MB к плоскости прямоугольника ABCD. Докажите, что треугольники AMD и MCD прямоугольные.

10) Прямая AK перпендикулярна к плоскости правильного треугольника ABC, а точка M - середина стороны BC. Докажите, что $MK \perp BC$.

11) Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что AB=AC=5 см, BC=6 см, AD=12 см. Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC.

12) Через вершину A прямоугольника ABCD проведена прямая AK, перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что KD=6 см, KB=7 см, KC=9 см. Найдите: а) расстояние от точки K до плоскости прямоугольника ABCD; б) расстояние между прямыми AK и CD.

13) Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC. Известно, что BD=9 см, AC=10 см, BC=BA=13 см. Найдите: а) расстояние от точки D до прямой AC; б) площадь треугольника ACD.

14) Через вершину прямого угла C равнобедренного прямоугольного треугольника ABC проведена прямая CM, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямой AB, если AC=4 см, а CM=$2\sqrt{7}$ см.

15) Наклонная AM, проведенная из точки A к данной плоскости, равна d. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если угол между прямой AM и данной плоскостью равен: $60^0; 30^0$.

16) Под углом φ к плоскости α проведена наклонная. Найдите φ, если известно, что проекция наклонной вдвое меньше самой наклонной.

17) Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки A проведен перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведен перпендикуляр AC к плоскости α. Докажите, что $\angle ABC$ - линейный угол двугранного угла AMNC.

18) Двугранный угол равен φ. На одной грани этого угла лежит точка, удаленная на расстояние d от плоскости другой грани. Найдите расстояние от этой точки до ребра двугранного угла.

19) Катет AC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C лежит в плоскости α, а угол между плоскостями α и ABC равен 60^0. Найдите расстояние от точки B до плоскости α, если AC=5 см, AB=13 см.

20) Докажите, что плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.

21) Общая сторона AB треугольника ABC и ABD равна 10 см. Плоскости этих треугольников взаимно перпендикулярны. Найдите CD, если треугольники:

а) равносторонние; б) прямоугольные равнобедренные с гипотенузой AB.

22) Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 8, 9, 12; $\sqrt{39}$, 7, 9.

23) Ребро куба равно a. Найдите диагональ куба.

24) Найдите расстояние от вершины куба до плоскости любой грани, в которой не лежит эта вершина, если:

а) диагональ грани куба равна m; б) диагональ куба равна d.

25) Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите следующие двугранные углы:

а) ABB_1C б) ADD_1B

в) A_1BB_1K , где K - середина ребра A_1D_1 .

26) Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что плоскости ABC_1 и A_1B_1D перпендикулярны.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14

учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Призма и пирамида.

Цель: Научиться изображать куб, прямоугольный параллелепипед, призму и пирамиду, выполнять рисунки по условиям задач; вычислять линейные элементы и углы куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, аргументировать своих суждения; характеризовать и изображать сечения, развертки многогранников, вычислять площади боковой и полной поверхностей куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды; применять свойства симметрии при решении задач

Время выполнения: 90 минут.

1) Основанием прямоугольного параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.

2) Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.

3) Через два противолежащих ребра куба проведено сечение, площадь которого равна $64\sqrt{2}$ см^2. Найдите ребро куба и его диагональ.

4) Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 60^0. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону нижнего основания и противолежащую сторону верхнего основания, если диагональ основания равна $4\sqrt{2}$ см.

5) В правильной четырехугольной призме через диагональ основания проведено сечение параллельно диагонали призмы. Найдите площадь сечения, если сторона основания призмы равна 2 см, а ее высота равна 4 см.

6) В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 12 дм и высота равна 8 дм. Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы.

7) Основание прямой призмы - треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом в 120^0 между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна $35\ см^2$. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

8) Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей равна 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.

9) Основанием пирамиды является квадрат, одно из боковых ребер перпендикулярно к плоскости основания. Плоскость боковой грани, не проходящей через высоту пирамиды, наклонена к плоскости основания под углом 45^0. Наибольшее боковое ребро равно 12 см. Найдите: а) высоту пирамиды;

б) площадь боковой поверхности пирамиды.

10) Основанием пирамиды DABC является треугольник ABC, у которого AB=AC=13 см, BC=10 см; ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

11) Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник ABC, у которого гипотенуза AB равна 29 см, а катет AC равен 21 см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

12) Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 12 см, 10 см и 10 см. Каждая боковая грань пирамиды наклонена к основанию под углом 45^0. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

13) Основанием пирамиды DABC является равнобедренный треугольник ABC, в котором стороны AB и AC равны, BC=6 см, высота AH равна 9 см. Известно также, что DA= DB= DC=13 см. Найдите высоту пирамиды.

14) Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды образует угол в 60^0 с плоскостью основания. Найдите площадь поверхности пирамиды, если боковое ребро равно 12 см.

15) Высота треугольной пирамиды равна 40 см, а высота каждой боковой грани, проведенная из вершины пирамиды, равна 41 см. а) Докажите, что высота

пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в ее основание. б) Найдите площадь основания пирамиды, если его периметр равен 42 см.

16) Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник с гипотенузой BC. Боковые ребра пирамиды равны друг другу, а ее высота равна 12см. Найдите боковое ребро пирамиды, если BC=10 см.

17) В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60^0. Найдите боковое ребро пирамиды.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15

учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Цилиндр. Конус. Сфера и шар.

Цель: Научиться изображать цилиндр и конус, выполнять рисунки по условиям задач; вычислять линейные элементы и углы цилиндра и конуса, площади боковой и полной поверхностей, изображению простейших сечений аргументировать своих суждения; характеризовать и изображать сечения, развертки.

Время выполнения: 90 минут.

1) Докажите, что осевое сечение цилиндра является прямоугольником, две противоположные стороны которого - образующие, а две другие - диаметры оснований цилиндра. Найдите диагональ осевого сечения, если радиус цилиндра равен 1,5 м, а высота равна 4 м.

2) Осевое сечение цилиндра - квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) радиус цилиндра; в) площадь основания цилиндра.

3) Осевые сечения двух цилиндров равны. Верно ли, что высоты двух цилиндров равны, если равны их осевые сечения?

4) Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси, так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.

5) Высота цилиндра равна 10 дм. Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра и удаленной на 9 дм от нее, равна $240\ дм^2$. Найдите радиус цилиндра.

6) Диаметр основания цилиндра равен 1 м, высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

7) Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.

8) Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом 45^0 ; 60^0. Найдите площадь основания конуса.

9) Осевое сечение конуса - правильный треугольник со стороной 2r. Найдите площадь сечения, проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен: 45^0 ; 60^0.

10) Найдите дугу сектора, представляющего собой развертку боковой поверхности конуса, если образующая конуса составляет с плоскостью основания угол в 60^0.

11) Найдите угол при вершине осевого сечения конуса, если разверткой его боковой поверхности является сектор с дугой, равной: 90^0 ; 60^0.

12) Угол между образующей и осью конуса равен 45^0 , образующая равна 6,5 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

13) Прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см вращается вокруг меньшего катета. Вычислите площади боковой и полной поверхностей образованного при этом вращении конуса.

14) Точки A и B лежат на сфере с центром O∉AB, а точка M лежит на отрезке AB. Докажите, что если OM⊥AB, то M - середина отрезка AB.

15) Точка М - середина отрезка АВ, концы которого лежат на сфере радиуса R с центром О. Найдите: а) ОМ, если R=15 мм, АВ=18 мм; б) АВ, если R=10 дм, ОМ=60 см.

16) Напишите уравнение сферы радиуса R с центром А, если:

а) $A(0;0;0), R = \sqrt{2}$; б) $A(2;0;0), R = 4$.

17) Напишите уравнение сферы с центром А, проходящей через точку N, если: а) $A(-2;2;0), N(0;0;0)$; б) $A(0;0;0), N(5;3;1)$.

18) Найти координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением:$(x-3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 2$

19) Шар радиуса 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения.

20) Найдите площадь сферы, радиус которой равен: а) 2 дм; б) $\sqrt{2}$ м; в) $2\sqrt{3}$ см.

21) Площадь сечения сферы, проходящего через ее центр, равна 9 $м^2$. Найдите площадь сферы.

22) Площадь сферы равна 324 $см^2$. Найдите радиус сферы.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №16

учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Объемы тел.

Цель: Научиться вычислять объемы пространственных тел, решать задачи на применение формул вычисления объемов; изучить формулы для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения; ознакомиться с методом вычисления площади поверхности сферы.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны a и b, а высота равна h, если: а) a=$3\sqrt{2}$,b=$\sqrt{5}$, h=$10\sqrt{10}$; б) a=18, b=$5\sqrt{3}$, h=13 ; в) a=$3\frac{1}{3}$,b=$\sqrt{5}$, h=$0{,}96$.

2) Найдите объем куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $AC_1 = 3\sqrt{2}$ м.

3) Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.

4) Найти объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle BAC = 90^0$, BC=37 см, AB=35 см, $AA_1 = 1{,}1$ дм.

5) Найдите объем объём прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle BAC = 120^0$, AC=3 см, AB=5 см и наибольшая из площадей боковых граней равна 35 $см^2$.

6) Пусть V, r и h соответственно объем, радиус и высота цилиндра. Найдите:

а) V, если r=$2\sqrt{2}$ см, h=3 см; б) r , если V= 120 $см^3$, h=3,6 см.

7) Найдите объем наклонной призмы, у которой основанием является треугольник со сторонами 10 см,10 см и 12 см, а боковое ребро, равное 8 см, составляет с плоскостью основания угол в 60^0.

8) Найдите объем пирамиды с высотой h, если: а) h=2 м, а основанием служит квадрат со стороной 3 м; б) h=2,2 м, а основанием служит треугольник ABC, в котором AB=20 см, BC=13,5 см, $\angle ABC = 30^0$.

9) Найдите объем правильной треугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания равна 13 см.

10) Основание пирамиды-равнобедренный треугольник ABC, в котором AB=BC=13 см, AC=10 см. Каждое боковое ребро пирамиды образует с ее высотой угол в 30^0. Вычислите объем пирамиды.

11) Пусть V, r и h соответственно объем, радиус основания и высота конуса. Найдите: а)V, если r=$1{,}5$ см, h=3 см; б) h , если V= 48π $см^3$, r=4 см.

12) Радиусы оснований усеченного конуса равны 3 м и 6 м, а образующая равна 5 м. Найдите объем усеченного конуса.

13) Пусть V - объем шара радиуса R, а S - площадь его поверхности. Найдите:

а) S и V, если R=4 см ; б) R и S , если V= $113{,}04$ $см^3$; в) R и V, если S=64π $см^2$.

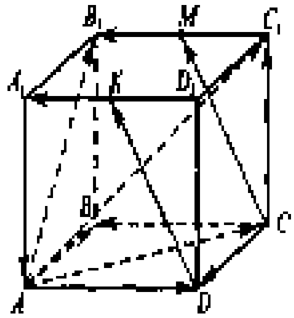
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №17

учебной дисциплине БД.04 «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»

Тема: Векторы.

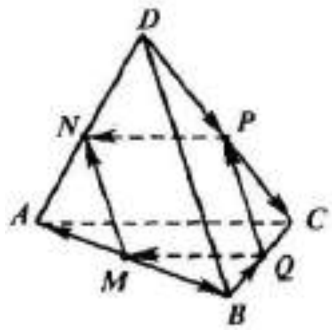
Цель: Научиться находить координаты вектора в пространстве, координаты середины отрезка, скалярное произведение, длину вектора, расстояний между точками, раскладывать векторы в трехмерном пространстве, складывать и вычитать векторы, вычислять величины углов.

Время выполнения: 90 минут.



1) В тетраэдре ABCD точки M, N, K - середины ребер AC, BC, AC соответственно, AB=3 см, BC= 4 см, BD=5 см. Найдите длины векторов: $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{KN}$.

2) Измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ имеют длины: AD=8 см, AB=9 см и $AA_1 = 12$ см. Найдите длины векторов: $\overrightarrow{DC_1}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DB_1}$.



3) На рисунке изображен параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки M и K - середины ребер B_1C_1 и A_1D_1. Укажите на этом рисунке все пары:

а) сонаправленных векторов; б) противоположно направленных векторов; в) равных векторов.

4) Справедливо ли утверждение: а) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, коллинеарны между собой; б) два вектора, сонаправленные с ненулевым вектором, сонаправлены; в) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, сонаправлены?

5) На рисунке изображен тетраэдр $ABCD$, ребра которого равны. Точки M, N, P и Q - середины сторон AB, AD, DC, BC. а) Выпишите все пары равных векторов, изображенных на этом рисунке; б) Определите вид четырехугольника MNPQ.

6) Назовите все векторы, образованные ребрами параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, которые: а) противоположны вектору $\overrightarrow{CB}$; б) противоположны вектору $\overrightarrow{B_1A}$; в) равны вектору $-\overrightarrow{DC}$; г) равны вектору $-\overrightarrow{A_1B_1}$.

7) В пространстве даны четыре точки A, B, C и D. Назовите вектор с началом и концом в данных точках, равных сумме векторов: а) $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DC})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})$;

б) $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})+\overrightarrow{DC}$.

8) Упростите выражение: а) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{NM}$;

б) $\overrightarrow{FK}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{KP}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{QK}+\overrightarrow{PF}$ в) $\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{FK}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MP}$;

г) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{NM}$.

9) Упростите выражение: а) $\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{EP}+\overrightarrow{KD}-\overrightarrow{KA}$; б) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{EK}-\overrightarrow{EP}-\overrightarrow{MD}$;

в) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{PM}-\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BM}$.

10) Диагонали куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке O. Найдите число k такое, что: а) $\overrightarrow{AC_1}=k\cdot\overrightarrow{AO}$; б) $\overrightarrow{OB_1}=k\cdot\overrightarrow{B_1D}$.

11) Упростите: а) $2(\vec{m}+\vec{n})-3(4\vec{m}-\vec{n})+\vec{m}$; б) $\vec{m}-3(\vec{n}-2\vec{m}+\vec{p})+5(\vec{p}-4\vec{m})$.

12) Даны точки $A(3;-1;0)$, $B(0;0;-7)$, $C(2;0;0)$, $D(-4;0;3)$, $E(0;-1;0)$, $F(1;2;3)$, $G(0;5;-7)$, $H(-\sqrt{5};\sqrt{3};0)$. Какие из этих точек лежат на: а) оси ординат; б) оси аппликат; в) плоскости Oxy; г) плоскости Oyz.

13) Найдите координаты проекций точек $B(2;-3;5)$, $C\left(-\sqrt{3};-\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$ на: а)координатные плоскости Oxz, Oxy, Oyz; б) оси координат Ox, Oy, Oz.

14) Запишите координаты векторов: $\vec{b}=-5\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{i}-\vec{j}$, $\vec{d}=\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{m}=\vec{k}-\vec{i}$, $\vec{n}=0{,}7\vec{k}$.

15) Даны векторы $\vec{b}\{-3;-1;0\}$, $\vec{c}\{0;-1;0\}$, $\vec{d}\{0;0;0\}$. Запишите разложения этих векторов по координатным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

16) Даны векторы: $\vec{a}\{3;-5;2\}$, $\vec{b}\{0;7;-1\}$, $\vec{c}\left\{\frac{2}{3};0;0\right\}$, $\vec{d}\{-2{,}7;3{,}1;0{,}5\}$. Найдите координаты векторов: а) $\vec{a}+\vec{c}$; б) $\vec{b}-\vec{c}$; в) $\overrightarrow{d+b-c}$; г) $\overrightarrow{3d}+\overrightarrow{2a}$; д) $\overrightarrow{5a}-2\vec{b}+\vec{c}$; е) $\vec{b}-2\vec{a}+3\vec{d}$; ж) $\overrightarrow{5a}-2\vec{b}+\vec{c}+3\vec{d}$.

17) Коллинеарны ли векторы: а) $\vec{i}\{1;0;0\}$ и $\vec{j}\{0;1;0\}$; б) $\vec{m}\{0;0;0\}$ и $\vec{n}\{5;7;-3\}$; в) $\vec{p}\left\{\frac{1}{3};-1;5\right\}$ и $\vec{q}\{-1;-3;-15\}$?

18) Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$,если: а) $A(3;-1;2)$, $B(2;-1;4)$;

б) $A(-2;6;-2)$, $B(3;-1;0)$

19) Точка М - середина АВ. Найдите координаты: а) точки В, если $A(14;-8;5)$, $M(3;-2;-7)$; б) точки А, если $B(0;0;2)$, $M(-12;4;15)$.

20) Найдите длину вектора: а) $\overrightarrow{AB}$, если $A(-35;-17;20)$, $B(-34;-5;8)$;

б) $\vec{a}\{5;-1;7\}$; в) $\vec{b}\{2\sqrt{3};-6;1\}$; г) $\vec{c}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$; д) $\vec{d}=-2\vec{k}$; е) $\vec{m}=\vec{i}-2\vec{j}$.

21) Даны векторы $\vec{a}\{1;-1;2\}$, $\vec{b}\{-1;1;1\}$, $\vec{c}\{5;6;2\}$. Вычислите $\vec{a}\cdot\vec{c}$, $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{b}\cdot\vec{c}$, $\vec{a}\cdot\vec{a}$, $\sqrt{\vec{b}\cdot\vec{b}}$.

22) Даны векторы: $\vec{a}\{3;-1;1\}$, $\vec{b}\{-5;1;0\}$, $\vec{c}\{-1;-2;1\}$. Выясните, какой угол (острый, прямой или тупой) между векторами: а) $\vec{b}$ и $\vec{c}$ б) $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

23) Вычислите угол между векторами: а) $\vec{a}\{\sqrt{2};\sqrt{2};2\}$, $\vec{b}\{-3;-3;0\}$; б) $\vec{a}\{0;5;0\}$, $\vec{b}\{0;-\sqrt{3};1\}$; в) $\vec{a}\{-2{,}5;2{,}5;0\}$, $\vec{b}\{-5;5;5\sqrt{2}\}$; г) $\vec{a}\{-\sqrt{2};-\sqrt{2};-2\}$, $\vec{b}\left\{\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2};-1\right\}$.

24) Даны точки $A(1;3;0)$, $B(2;3;-1)$, $C(1;2;-1)$. Вычислите угол между векторами $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{CB}$.

25) Известно, что $\vec{a}\,\widehat{\ }\,\vec{c}=\vec{b}\,\widehat{\ }\,\vec{c}=60^0$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=|\vec{c}|=2$. Вычислите $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}$.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10-11 кл. - М.: Просвещение, 2021.

2. Вернер А.Л. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10 кл. и 11 кл. - М.: Просвещение, 2021.

Дополнительная:

3. Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине БД. 04 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия, 2021 г.

4. Методические указания и контрольные задания для студентов заочной формы обучения по учебной дисциплине БД. 04 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия, 2021 г.

5. Фонд оценочных средств по учебной дисциплине БД. 04 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия, 2021 г.

Рекомендуемые интернет - ресурсы:

6. http://mathprofi.ru/ - вся математика в одном месте. Это математический портал, на котором вы найдете любой материал по математическим дисциплинам.