ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ

«Владивостокский морской рыбопромышленный колледж»
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования

«Дальневосточный государственный технический
рыбохозяйственный университет»

(«ВМРК» ФГБОУ ВО «ДАЛЬРЫБВТУЗ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЕН.01 МАТЕМАТИКА

для специальности
26.02.03
Судовождение

Владивосток
2021

ОДОБРЕНЫ

Цикловой комиссией
естественнонаучных и
математических дисциплин
Председатель:
__________ А.А. Сухомлинова
(подпись)
Протокол №1 от 01.09. 2021 г

Автор:
преподаватель «ВМРК» ФГБОУ ВО «Дальрыбвтуз»
Осипова О.А. ____________
подпись

Методические указания по проведению практических работ составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ЕН.01 Математика, утвержденной зам. начальника колледжа по УВР 01.09.21 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

№	Название	Кол-во часов
1	Практическая работа №1 Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.	2
2	Практическая работа №2 Решение задач по теме «Векторы. Скалярное произведение векторов».	2
3	Практическая работа № 3 Решение геометрических задач с помощью векторов.	2
4	Практическая работа № 4 Решение задач по теме «Уравнения прямой на плоскости».	1
5	Практическая работа № 5 Вычисление пределов.	2
6	Практическая работа № 6 Вычисление производных.	2
7	Практическая работа № 7 Применение производной для решения задач.	2
8	Практическая работа № 8 Вычисление неопределенных интегралов.	2
9	Практическая работа № 9 Вычисление определенного интеграла по формулам Ньютона-Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.	2
10	Практическая работа № 10 Решение задач по теме «Числовые ряды».	1
11	Практическая работа № 11 Решение задач по теме «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными».	1
12	Практическая работа № 12 Решение задач по теме «Элементы математической статистики».	1
	Итого	**20**

Порядок оформления:

Работа оформляется в отдельной тетради в соответствии с требованиями, предъявляемыми к практическим работам.

Работы должны быть написаны аккуратно (разборчивый почерк, оставление полей, записаны полностью условия заданий и т.п.). Приступать к выполнению практической работы следует только после проработки теоретического материала на занятиях, по материалам конспектов и учебника «Математика» под редакцией В.П. Григорьев, Т.Н. Сабурова.

Практическая работа выполняется всеми учащимися, и правильность решения проверяется на доске.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

Цель: Научиться вычислять определители, решать системы линейных уравнений методам Крамера.

Определение. Определителем (детерминантом) второго порядка называется выражение:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

Определение. Определителем (детерминантом) третьего порядка называется выражение:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} -$$

$$-a_{12}a_{21}a_{33} - a_{23}a_{32}a_{11}.$$

С помощью определителей второго и третьего порядка удобно решать линейные системы двух или трех уравнений с двумя или тремя неизвестными, используя формулы Крамера.

Пример:

Решить систему

$$\begin{cases} 7x - 6y = 5 \\ 8x - 7y = -10 \end{cases}$$

Решение:

Имеем

$$D = \begin{vmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{vmatrix} = -49 + 48 = -1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ -10 & -7 \end{vmatrix} = -35 - 60 = -95$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 8 & -10 \end{vmatrix} = -70 - 40 = -110$$

Отсюда на основании формул Крамера получаем

$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-95}{-1} = 95$

$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-110}{-1} = 110$

Ответ: (95; 110).

Задание:

Решить системы методом Крамера:

1) $\begin{cases} 2x - 3y + 6z = 14 \\ 3x - 4y + 2z = -25 \\ 7x - 6y + 4z = -43 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 8x - 2y - 6z = 32 \\ 6x - 4y + 3z = -21 \\ x + 2y + 2z = -3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 7x - 6y - 4z = -54 \\ 4x - 2y - 3z = -28 \\ 4x + 4y + z = 30 \end{cases}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Решение задач по теме «Векторы. Скалярное произведение векторов»

Цель: Научиться выполнять операции над векторами; находить скалярное произведение.

1. Выполнить линейные операции с векторами:

1) найдите векторы $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, если

$\vec{a} = \{5; 2;\ -3\}$, $\vec{b} = \{1; -4;\ 5\}$

2) найдите векторы $\vec{c} = 3\vec{a}$, $\vec{d} = -2\vec{b}$, если

$\vec{a} = \{3; -1;\ -4\}$, $\vec{b} = \{-3; -7;\ 1\}$

3) покажите, что $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, если

$\vec{a} = \{5; 7;\ -2\}$, $\vec{b} = \{-3; -5;\ -2\}$, $\vec{c} = \{-2; -2;\ 4\}$.

2. Покажите, что векторы $3\vec{a} - 2\vec{b}$ и $5\vec{c} + 4\vec{d}$ коллинеарны, если

$\vec{a} = \{3; -2;\ -4\}$, $\vec{b} = \{-1; 3;\ 1\}$, $\vec{c} = \{2; -4;\ -4\}$, $\vec{d} = \{3;\ -1;\ -2\}$.

3. Покажите, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ компланарны, если

$\vec{a} = \{-3; 4;\ 2\}, \vec{b} = \{1; 9;\ 12\}, \vec{c} = \{7; 1;\ 8\}$.

4. Покажите, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ортогональны, если

$\vec{a} = \{5; 3;\ -2\}, \vec{b} = \{-1; 9;\ 11\}$.

5. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:

1) $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 2, (\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ 2) $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 7, (\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$ 3) $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 1, (\vec{a} \wedge \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Решение геометрических задач с помощью векторов.

Цель: Находить длину вектора, орт вектора, скалярное произведение и угол между векторами; определять коллинеарность, компланарность, ортогональность векторов.

1. Выясните, острый, прямой или тупой угол образуют векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если:

1) $\vec{a} = \{5; -3;\ 1\}, \vec{b} = \{5; 6;\ -4\}$ 2) $\vec{a} = \{-2; 3;\ 6\}, \vec{b} = \{3; 9;\ -4\}$.

2. Найти угол, который образуют векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если: $\vec{a} = \{6; 3;\ -2\}$, $\vec{b} = \{9; 1;\ 4\}$.

3. Найдите длину и орт вектора $\vec{a}$, если $\vec{a} = \{0; 3;\ 4\}$.

4. Найдите координаты вектора: 1) $\overrightarrow{AB}$, если $A(1, -3, 2)$, $B(5, -1, 7)$ 2) $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}$, если $A(3, 6, 5)$, $B(5, 7, 2)$, $C(-1, 5, -2)$, $D(-3, 6, 2)$.

5. Найдите координаты точки С - середины отрезка АВ, если $A(-7, 2, 9)$ и $B(5, -6, 1)$.

6. Найдите точку пересечения прямых $3x - y + 2 = 0$ и $5x - 2y + 6 = 0$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Решение задач по теме «Уравнения прямой на плоскости».

Цель: Решать задачи, используя различные уравнения прямых и другие формулы.

1. Найдите точку пересечения прямых $3x - y + 2 = 0$ и $5x - 2y + 6 = 0$.

2. Определите угловой коэффициент k и длину отрезка b, отсекаемого прямой на оси OY, для следующих прямых:

1) $3x - 2y - 6 = 0$; 2) $5x + 3y - 12 = 0$; 3) $7x + y + 5 = 0$;

4) $3x + 2y = 0$; 5) $2y + 5 = 0$.

3. Найдите угловой коэффициент k прямой по двум точкам, лежащим на этой прямой: 1) $A(-1, 4)$, $B(1, 6)$ 2) $A(2, 5)$, $B(3, 4)$ 3) $A(-2, 3)$, $B(-1, 3)$ 4) $A(5, 9)$, $B(-2, 12)$.

4. Вычислите тангенс одного из углов, образуемых прямыми:

$5x + 2y - 9 = 0$ и $3x - 2y + 15 = 0$.

5. Вычислите площадь треугольника, отсекаемого прямой

$2x + 5y - 10 = 0$ от координатного угла.

2) $y^2 + 14 = 6x + 2$ 3) $4y = x^2 + 6x + 9$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Вычисление пределов.

Цель: Научиться находить предел функции в точке и на бесконечности.

1. Найдите область определения функции, выясните, является ли она четной, нечетной или общего вида, и нарисуйте ее график: 1) $y = x$ 2) $y = -x$ 3) $y = x + 2$ 4) $y = |x|$ 5) $y = -x^2$ 6) $y = x - x^2$ 7) $y = -\frac{1}{x}$ 8) $y = \frac{3}{x+2}$ 9) $y = 2^x$ 10) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 11) $y = 5^{-x}$ 12) $y = \log_2 x$ 13) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ 14) $y = \lg(-x)$.

2. Вычислить пределы: 1) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2}{x^3+4}$ 2) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+4}{x^2-4}$ 3) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-4x+3}{x^2-x-6}$ 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+\sqrt{4x}}{x\left(\sqrt{2+4x^2}+2\right)}$ 5) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$ 6) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{9-x}-3}{\sqrt{x+4}-2}$ 7) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x^2+3x+2)\sqrt{2+x}}{x^2-1}$

8) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x^3+x^2+x+1}$ 9) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{ln(1+\sin 3x)}{2tg5x}$ 10) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{tg4x}-1}{2arcsin5x}$ 11) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[4]{1+3arcsinx}-1}{5sh3x}$

12) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{1+sinx}-1}{3^x-1}$ 13) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2^x-1}{3th2x}$ 14) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{5^{x^2}-1}$ 15) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos\sqrt{x}-1}{\sqrt[5]{1+tgx}-1}$ 16) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2^{\arcsin x}-1}{ln(1-3x)}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Вычисление производных.

Цель: Научиться находить производные элементарных и сложных функций.

Таблица производных

1. $(u^n)' = n\cdot u^{n-1}u'$. 1*а*. $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$. 1*б*. $\left(u^{-1}\right)' = \left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$.

2. $\left(a^u\right)' = a^u\cdot\ln a\cdot u'$. 2*а*. $\left(e^u\right)' = e^u\cdot u'$.

3. $\left(\log_a u\right)' = \frac{u'}{u\cdot\ln a}$. 3*а*. $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$.

4. $(\sin u)' = \cos u\cdot u'$. 5. $(\cos u)' = -\sin u\cdot u'$.

6. $(\mathrm{tg}\, u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$. 7. $(\mathrm{ctg}\, u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$.

8. $(\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$. 9. $(\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$.

10. $(\mathrm{arctg}\, u)' = \frac{u'}{1+u^2}$. 11. $(\mathrm{arcctg}\, u)' = -\frac{u'}{1+u^2}$.

12. $\left(u^v\right)' = v\cdot u^{v-1}\cdot u' + u^v\cdot\ln u\cdot v'$

Найдите производные функций:

1) $y=\sqrt{x}$; 2) $y=\frac{1}{x^2}-3\frac{1}{\sqrt{x}}+8$; 3) $y=(x+5)^7+\sqrt{2}$;

4) $y=(2-3x)^5$; 5) $y=\frac{x}{1+x^2}$; 6) $y=x\cdot lnx$; 7) $y=tg(x^2)\cdot e^x$;

8) $y=\frac{ctg3x}{4\cos 5x}$; 9) $y=\sqrt{arcsin2x}$; 10) $y=arccos(2^{-x})$;

11) $y=\frac{arctg(2x)}{x}$; 12) $y=3^{sh(3x+5)}$; 13) $e^x+\cos x$; 14) $\ln x+\sin x$;

15) $\cos x - \ln x$; 16) $e^x - \sin x$;17) $\sin x - \sqrt{x}$; 18) $\sqrt{x} - \cos x$;

19) $2\cos x$; 20) $\frac{1}{x^2} + e^x$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Применение производной для решения задач.

Цель: Научиться с помощью производной составлять уравнения касательной и нормали к графику функции, проводить исследование функции, по правилу Лопиталя находить предел функции.

1. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции:

1) $y=\frac{1}{x}$ в точке $x_0=-1$; 2) $y=\frac{3x^2}{2x+1}$ в точке $x_0=1$; 3) $y=e^{4-x^2}$ в точке $x_0=2$.

2. Найти дифференциал функции: 1) $y=e^x$ в точке $x_0=0$ при $\Delta x\approx-0{,}1$ и вычислите приближенно $e^{-0{,}1}$. 2) $y=x^2\cdot\cos(1-x)$ в точке $x_0=1$ при $\Delta x\approx 0{,}2$ и вычислите приближенно $y(1{,}2)$ 3) $y=\frac{2^x+1}{3x}$ в точке x при произвольном Δx. 4) $y=\sqrt[3]{arctg(2x)}$ в точке x при произвольном Δx
5) $y=arcsin^2(1-3x)$ в точке x при произвольном Δx.

3. Найти пределы, используя правило Лопиталя: 1) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^{10}-1}{x^{15}-1}$ 2) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln\cos x}{x^2}$
3) $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-2^x}{x^2-4}$ 4) $\lim\limits_{x\to0}3x\cdot\ln\sin x$ 5) $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}$ 6) $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)$.

4. Исследовать функцию и построить график функции с помощью производной: $y=(x-1)^2(x-4)$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Вычисление неопределенных интегралов.

Цель: Научиться находить первообразные функций, неопределенные интегралы.

Таблица неопределенных интегралов

1. $\int dx = x + C;$

2. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C;$

3. $\int x^{\alpha} \cdot dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \ \alpha \neq -1;$

4. $\int e^x dx = e^x + C;$

5. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C;$

6. $\int \sin x \ dx = -\cos x + C;$

7. $\int \cos x \ dx = \sin x + C;$

8. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C;$

9. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C;$

10. $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C;$

11. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C;$

12. $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C;$

13. $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C;$

14. $\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + C.$

15. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} dx = \ln\left| x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + C;$

1. Для функции $f(x)$ найдите такую первообразную функцию $F(x)$, что $F(0) = -4$: 1) e^x 2) $2x$ 3) $\frac{1}{cos^2 x}$.

2. С помощью таблиц неопределенных интегралов найти:

1) $\int \sin x \, dx$; 2) $\int 2^x dx$; 3) $\int \sqrt{x} dx$; 4) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 5) $\int \frac{dx}{x^2+9}$;

6) $\int \frac{dx}{x^2+3}$; 7) $\int \frac{dx}{x^2-9}$; 8) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-9}}$; 9) $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2};}$ 10) $\int \frac{x dx}{\sqrt{9-x^2}}$;

11) $\int \sqrt{9-x^2} dx$; 12) $\int \sqrt{x^2+9} dx$; 13) $\int \operatorname{sh} x \, dx$; 14) $\int \sqrt[3]{27x} \, dx$;

15) $\int \frac{3 \cdot 2^x + 3^x}{2^x} dx$; 16) $\int \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$; 17) $\int \operatorname{ctg}^2 x \, dx$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Вычисление определенного интеграла по формулам Ньютона-Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.

Цель: Научиться находить определенные интегралы; вычислять площадь криволинейной трапеции

1. Вычислить определенный интеграл:

1) $\int_0^3 x^2dx$; 2) $\int_{-2}^3 2xdx$; 3) $\int_1^2 \frac{1}{x^3}dx$; 4) $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$; 5) $\int_1^e \frac{1}{x}dx$;

6) $\int_0^{ln\,2} e^x dx$; 7) $\int_{-\pi}^{2\pi} cos\,x\,dx$; 8) $\int_{-2\pi}^{\pi} sin\,x\,dx$; 9)$\int_{-2\pi}^{\pi} sin\,2x\,dx$;

10) $\int_{-3\pi}^{0} cos3\,x\,dx$; 11) $\int_{-3}^{2}(2x-3)dx$; 12) $\int_{-2}^{-1}(5-4x)dx$;

13)$\int_{-1}^{2}(1-3x^2)dx$; 14) $\int_{-1}^{1}(x^2+1)dx$; 15)$\int_0^2(3x^2-4x+5)dx$;

16) $\int_0^4\left(x-3\sqrt{x}\right)dx$; 17) $\int_1^9\left(2x-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)dx$; 18) $\int_0^2 e^{3x}\,dx$; 19) $\int_1^3 2e^{2x}\,dx$.

2. Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми: $x=a, x=b$ осью Ох и графиком функции $y=f(x)$:

1) $a=3, b=4, f(x)=x^2$ 2) $a=0,\ b=2,\ f(x)=x^3+1$

3) $a=-\frac{\pi}{6},\ b=0,\ f(x)=cos\,x.$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Решение задач по теме «Числовые ряды»

Цель: изучить понятие числового ряда, признак сходимости ряда, научиться исследовать ряды на сходимость.

1. Исследовать сходимость рядов:

1.$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$ 2.$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n-1}{9n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$

3.$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{3^n}$ 4.$\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[n]{0.07}$

$5.\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^3+n^2+2n-6}{n(n+1)^2(2n^2-1)}$ $6^*.\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n n!}{n^n}$

2. Исследовать сходимость ряда, пользуясь признаком сходимости Даламбера:

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{(n+1)n}$ 2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n-2)}{4^n}$ 3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(n-1)(n+1)}$ 4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-1)^2}{2^n}$ 5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{4n+1}}{n\cdot 3^{2n+1}}$
6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^{2n+1}}{(n-1)^2}$ 7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{2n}}{(n+1)!}$ 8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^5}{(n+2)!}$ 9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-1)^4\cdot 3^n}{(n+3)!}$ 10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\cdot 2^{3n+1}}{(n-1)!}$
11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{n+1}}{3^n(n+2)!}$ 12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}(n-1)!}{n^{n-1}}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

Цель: Научиться решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

1. Доказать, что функция $y = tgx$ является решением дифференциального уравнения $y^/ = 1 + y^2$ на интервале $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Доказать, что функция $y = e^{\alpha x}$, где α- любое число, является решением дифференциального уравнения $y^/ - \alpha y = 0$ на любом интервале.

3. Доказать, что функция $y = x^2 + C$ является общим решением дифференциального уравнения $y^/ = 2x$ на любом интервале.

4. Доказать, что функция $y = e^{3x} + C$ является общим решением дифференциального уравнения $y^/ = 3e^{3x}$ на любом интервале и найти частное решение, удовлетворяющее условию $y(0) = 0$.

5. Доказать, что функция $y = arctg\left(\frac{x}{2}\right) + C$ является общим решением дифференциального уравнения $y^{/} = \frac{2}{x^2+4}$ на любом интервале и найти частное решение, удовлетворяющее условию $y(2) = \pi$.

6. Найдите общее решение дифференциальных уравнений с указанием интервалов, на которых формула, дающая общее решение, справедлива:

1) $y^{/} = 1 + x^2$ 2) $y^{/} = e^{4x}$ 3) $y^{/} = sin(3x)$ 4) $y^{/} = 1 + tg^2x$

5) $y^{/} = \frac{x}{x^2+1}$ 6) $y^{/} = \frac{x}{x^2-1}$.

7. Решите задачу Коши для уравнений при $y(0) = 0$:

1) $y^{/} = \frac{1}{x^2+1}$ 2) $y^{/} = e^{-x} + x$.

8. Найдите общее решение дифференциальных уравнений: 1) $y^{/} = 1 + y^2$ 2) $y^{/} = e^{6y}$ 3) $y^{/} = \frac{1+y^2}{y}$ 4) $y^{/} = 1 + tg^2y$ 5) $y^{/} = y^2 - 5y + 4$.

9. Решите задачу Коши для уравнения $y^{/} = 4y$ при $y(0) = 1$.

10. Найдите общее решение дифференциальных уравнений:

1) $3x^2dx + 3y^2dy = 0$ 2) $\frac{dx}{x^2+1} + e^{5y}dy = 0$ 3) $sin(3x)dx - \frac{ydy}{5+y^2} = 0$.

11. Решите задачу Коши для уравнения $2xdx = y^2dy$ при $y(1) = 0$.

12. Найдите общее решение дифференциальных уравнений:

1) $xy^{/} = \frac{1-2x}{y}$ 2)$(x + xy^2)dx - (y + x^2y)dy = 0$ 3)$(5 + e^x)yy^{/} = e^x$

4)$\sqrt{4 - x^2} \cdot y^{/} + xy^2 + x = 0$

13. Решите задачу Коши для уравнений:

1) $y^{/} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ при $y(0) = 1$ 2) $\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{1+y^2}}{ysin^2x}$ при $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Тема: Элементы математической статистики.

Цель: Рассмотреть примеры вычисления вероятностей, научиться находить комбинации событий. Изучение классического определения

вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий. Научиться определять являются ли события независимыми, решать задачи на вычисление произведения вероятностей. Ознакомиться с представлением числовых данных и их характеристиками, решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.

1) Каким событием (достоверным, невозможным или случайным) является событие:

- изъятая из колоды одна карта оказалась семеркой треф
- при комнатной температуре и нормальном атмосферном давлении медь оказалась в жидком состоянии
-при температуре 20^0C и нормальном атмосферном давлении вода оказалась в жидком состоянии
- наугад названное натуральное число оказалось больше нуля
- вынутый наудачу цветок из букета гвоздик оказался розой
- в результате броска игрального кубика появилось число 5

2) Перечислить все элементарные события, которые могут произойти в результате испытания, являются ли перечисленные элементарные события равновозможными:

- бросается на стол игральный кубик и определяется число очков, появившихся на верхней грани
- на поверхность стола бросается игральный тетраэдр (грани которого пронумерованы числами 1,2,3,4) и определяется и определяется число на той грани, которая лежит на поверхности стола
- бросается на пол монета и определяется видимая сторона
- на пол роняют усеченный конус, выточенный из дерева, и определяют геометрическую фигуру, по которой упавший конус касается пола
- из всех карт одной масти (взятых из колоды с 36 листами) случайным образом выбирается одна карта и определяется изображение на ней

- из коробки, в которой лежат 5 шаров пяти различных цветов, извлекается один шар и называется его цвет.

3) Выяснить, являются ли события А и В несовместными, если:

- А-появление туза, В- появление дамы в результате одного изъятия одной карты из колоды карт

- А-появление туза, В- появление карты бубновой масти в результате изъятия одной карты из колоды

- А-выпадения числа 6, В- выпадение четного числа при одном бросании игральной кости

- А-выпадения числа 4, В- выпадение нечетного числа в результате одного броска кости

4) Из колоды карт вынимается одна карта. Пусть событие А-изъятие из колоды карты с картинкой, - изъятие из колоды карты червовой масти. В чем заключается событие $A+B$; $A \cdot B$.

5) Двадцать карточек пронумерованы числами от 1 до 20. Произвольно выбирается одна карточка. Пусть событие А - на карточке записано число, кратное 4; событие В - на карточке записано число, кратное 6. В чем заключается событие $A+B$; $A \cdot B$.

6) Испытание состоит из двух выстрелов по мишени. Событие А - попадание по мишени при первом выстреле, - попадание при втором выстреле. В чем заключается событие $A+B$; $A \cdot B$.

7) На стол бросают две игральные кости. Событие А - на первой кости выпало число 5, В - на второй кости выпало число, не меньшее 5. В чем заключается событие $A+B$; $A \cdot B$.

8) Установить событие, являющееся противоположным событию:

- при одном броске монеты выпала решка

- в результате броска игральной кости выпало число 2

- в результате броска игральной кости выпало число, большее 4

- в результате броска игральной кости выпало число, не большее 3

- из колоды карт изъята карта бубновой масти

- из колоды карт извлечена 6

- хотя бы одна пуля попала в цель в испытании с тремя выстрелами по мишени

- хотя бы на одной из двух брошенных игральных костей появилось число 6

- в расписании уроков на понедельник первым уроком поставлена физика

- при сдаче экзамена студент получил оценку "отлично"

9) Пусть C и D - произвольные события. Записать следующие события:

- произошли оба данных события

- произошло только событие C

- произошло только событие D

- ни одно из данных событий не произошло

- произошло, по крайней мере, одно из данных двух событий

- произошло только одно из данных событий

10) Какова вероятность выпадения числа: 2; 5 в результате одного бросания игрального кубика?

11) Какова вероятность того, что при изъятии одной карты из колоды 36 листов игрок вынет:

даму треф; короля пик; валета красной масти; семерку черной масти; шестерку; туза;

или даму, или валета; или восьмерку, или девятку; или короля червовой масти, или даму любой масти; или валета любой масти, или туза пик; не короля треф; не даму .

12) Какова вероятность того, что на открытом наугад листе откидного календаря на январь окажется: 21 число; 10 число; 31 число; 32 число; число, содержащее в своей записи цифру 0; число, содержащее цифру 4; число, содержащее хотя бы одну цифру 2; число, содержащее хотя бы одну цифру 1 .

13) В коробке находятся 2 белых, 3 черных и 4 красных шара. Наугад вынимается один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар: белый;

черный; красный; белый или черный; белый или красный; черный или красный; или белый, или черный, или красный; синий .

14) В лотерее участвуют 100 билетов, среди которых: 4 выигрышных; 5 выигрышных. Наугад берут один билет. Какова вероятность того, что взятый билет выигрышный?

15) Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что: на обеих костях выпали числа 6; на обеих костях выпали числа 5; на первой кости выпало число 2, а на второй число 3;

на первой кости выпало число 6, а на второй число 1; на первой кости выпало четное число, а на второй число 3; на первой кости выпало число 2, а на второй нечетное число; на первой кости выпало нечетное число, а на второй четное число; на первой кости выпало четное число, а на второй кратное 3; на первой кости выпало число, большее 2, а на второй число, не меньшее 4; на первой кости выпало число, не большее 4, а на второй число, большее 4; сумма выпавших чисел равна 3; сумма выпавших чисел равна 4; сумма выпавших чисел не больше 4; сумма выпавших чисел не меньше 10; произведение выпавших чисел равно 10; произведение выпавших чисел равно 5; произведение выпавших чисел равно 6; произведение выпавших чисел равно 4;

16) Из колоды карт (36 листов) наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: либо дама, либо валет; либо шестерка, либо туз; либо семерка треф, либо карта бубновой масти; либо туз красной масти, либо карта трефовой масти .

17) В ящике находятся 3 белых, 4 синих и 5 красных шаров. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар: цветной; либо белый, либо красный; либо белый, либо синий.

18) В папке находятся 15 билетов спортивной лотереи, 20 билетов художественной лотереи и 30 билетов денежно-вещевой лотереи. Найти вероятность того, что наугад вынутый из этой пачки один билет окажется билетом: либо спортивной, либо денежно-вещевой лотереи; либо спортивной,

либо художественной лотереи; либо художественной, либо денежно-вещевой лотереи.

19) Найти вероятность того, что в результате одного бросания игральной кости выпадет число, отличное от 1.

20) Вероятность попадания мяча в корзину, брошенного один раз некоторым баскетболистом, равна 0,4. Найти вероятность того, что, бросив мяч в корзину, этот баскетболист промахнется.

21) Вероятность выигрыша по одному билету в некоторой лотереи равна 10^{-5}. Какова вероятность приобретения невыигрышного билета при покупке одного билета?

22) Выяснить, являются ли события A и B независимыми, если:

$P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{10}{13}$, $P(A \cdot B) = \frac{4}{13}$;

$P(A) = 0{,}75$, $P(B) = 0{,}2$, $P(A \cdot B) = 0{,}15$; $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}2$, $P(A \cdot B) = 0{,}6$;

$P(A) = \frac{3}{14}$, $P(B) = \frac{7}{12}$, $P(A \cdot B) = \frac{1}{4}$.

23) Наугад называется: одно из первых двенадцати натуральных чисел; одно из первых тринадцати натуральных чисел. Рассматриваются события: A - названное число является четным, B - названное число кратно 3. Установить, являются ли события A и B независимыми.

24) Бросаются две игральные кости и рассматриваются события: A - на первой кости выпало 6,

B - на второй кости выпало четное число; A - на первой кости выпало нечетное число, B - на второй кости выпало число, кратное 3. Убедиться в независимости событий A и B.

25) Вероятность выигрыша на некоторой бирже в течение каждого из двух фиксированных дней равна 0,3. Найти вероятность того, что на этой бирже: выигрыши произойдут в каждый из этих двух дней; два этих дня не будет выигрышей; выигрыши произойдут хотя бы в один из двух фиксированных дней.

26) Для сигнализации об угоне установлены два независимых датчика. Вероятность того, что при угоне сработает первый датчик, равна 0,97, что сработает второй, равна 0,95. Найти вероятность того, что при угоне: сработают оба датчика; оба датчика не сработают; сработает хотя бы один из двух датчиков; хотя бы один из датчиков не сработает.

27) В первой партии из 20 деталей 6 нестандартных, а во второй партии из 30 деталей 5 нестандартных. Наугад из каждой партии изымают по одной детали. Найти вероятность того, что: обе детали оказались нестандартными; обе детали оказались стандартными; хотя бы одна деталь оказалась стандартной; хотя бы одна деталь оказалась нестандартной.

28) В первой коробке находятся 7 белых и 3 черных шара, а во второй - 5 белых и 9 черных. Не глядя из каждой коробки вынимают по одному шару. Найти вероятность того, что: оба вынутых шара белые; оба вынутых шара черные; хотя бы один шар белый; хотя бы один шар черный.

29) В изготовленной партии из 10000 деталей обнаружено: 350; 220 бракованных деталей. Найти относительную частоту появления в данной партии бракованной детали. Результат выразить в %.

30) заполнить последний столбец таблицы (с точностью до тысячных):

№ п/п	Испытание	Число испытаний (N)	Наблюдаемое событие	Частота события (M)	Относительная частота события $\left(W = \frac{M}{N}\right)$
1	Брошена монета	200	Выпала решка	98	
2	Брошен игральный кубик	300	Выпало число 4	53	
3	Спортсмен стреляет по мишени	100	Попадание по мишени	93	
4	Брошен игральный тетраэдр (с гранями пронумерованными числами 1,2,3,4).	200	Выпало число 3	49	

31) Проводились серии из N испытаний с подбрасыванием некоторой правильной треугольной призмы, сделанной из стали. Результаты заносились в таблицу:

Число испытаний (N)	10	50	100	300	500	1000
Частота падения призмы на любую боковую грань (M)	8	34	73	206	353	698
Относительная частота падения призмы на боковую грань (W)						

Заполнить последнюю строку таблицы, округляя результаты вычислений до сотых. Выскажете предположение о приближенном значении (с точностью до десятой) вероятности события А - падение призмы на боковую грань.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика. Учебник для студ. сред. проф. учреждений – М.: Издательский центр «Академия», 2020 г.

Дополнительная:

2. Методические указания и контрольные задания для студентов заочной формы обучения по учебной дисциплине ЕН.01 Математика, 2021 г.
3. Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине ЕН.01 Математика, 2021 г.
4. Фонд оценочных средств по учебной дисциплине ЕН.01 Математика, 2021 г.

Рекомендуемые интернет - ресурсы:

5. http://mathprofi.ru/ - вся математика в одном месте. Это математический портал, на котором вы найдете любой материал по математическим дисциплинам.