ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ

«Владивостокский морской рыбопромышленный колледж»
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования

«Дальневосточный государственный технический
рыбохозяйственный университет»

(«ВМРК» ФГБОУ ВО «ДАЛЬРЫБВТУЗ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ПД.03 МАТЕМАТИКА: алгебра и начала математического анализа; геометрия

для специальности
26.02.03
Судовождение

Владивосток
2021

ОДОБРЕНЫ
Цикловой комиссией
естественнонаучных и
математических дисциплин
Председатель:
__________ А.А. Сухомлинова
(подпись)
Протокол №1 от 01.09.2021 г.

Авторы:
преподаватели «ВМРК» ФГБОУ ВО «Дальрыбвтуз»

Волошина С.В. ____________
подпись

Осипова О.А. ____________
подпись

Романова Г.Н. ____________
подпись

Методические указания по проведению практических работ составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия, утвержденной зам. начальника колледжа по УВР 01.09.21 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Порядок оформления:

Работа оформляется в отдельной тетради в соответствии с требованиями, предъявляемыми к практическим работам.

Работы должны быть написаны аккуратно (разборчивый почерк, оставление полей, записаны полностью условия заданий и т.п.). Приступать к выполнению практической работы следует только после проработки теоретического материала на занятиях, по материалам конспектов и учебника «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия» под редакцией Алимов Ш.А, «Математика: алгебра и начала анализа, геометрия» под редакцией Вернер А.Л.

Практическая работа выполняется всеми учащимися и правильность решения проверяется на доске.

№ п/п	Наименование занятий	Кол-во часов
1	Практическая работа №1. Степени с рациональными показателями. Арифметический корень натуральной степени.	2
2	Практическая работа №2 Построение графиков степенных функций. Решение равносильных и иррациональных уравнений и неравенств.	2
3	Практическая работа №3 Показательная функция. Решение показательных уравнений и неравенств.	2
4	Практическая работа №4 Вычисление логарифмов.	2
5	Практическая работа №5 Построение графиков логарифмических функций. Логарифмические уравнения и неравенства.	2
6	Практическая работа №6 Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса угла.	2
7	Практическая работа №7 Тригонометрические формулы.	2
8	Практическая работа № 8 Решение тригонометрических уравнений и неравенств.	2
9	Практическая работа № 9 Построение графиков тригонометрических функций.	2
10	Практическая работа № 10 Комбинаторика.	2
11	Практическая работа № 11 Элементы теории вероятностей.	3
12	Практическая работа №12 Вычисление производной функции.	2
13	Практическая работа № 13 Исследование функции.	2
14	Практическая работа № 14 Нахождение первообразной функции и вычисление интегралов.	2

15	Практическая работа № 15 Аксиомы стереометрии и следствия из них. Параллельность прямых, прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми.	2
16	Практическая работа №16 Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.	2
17	Практическая работа № 17 Призма и пирамида.	2
18	Практическая работа № 18 Цилиндр. Конус. Сфера и шар.	2
19	Практическая работа № 19 Объемы тел.	2
20	Практическая работа № 20 Векторы.	3
	Итого	**42**

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Степени с рациональными показателями. Арифметический корень натуральной степени.

Цель: Научиться применять теоретические знания вычисления арифметических корней и использовать свойства степеней с рациональными показателями для упрощения выражений.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найти арифметический квадратный корень из числа: 1; 0; 16; 0,81; 169; $\frac{1}{289}$.

Найти арифметический кубический корень из числа: 1; 0; 125; $\frac{1}{27}$; 0,027; 0,064.

Найти арифметический корень четвертой степени из числа: 0; 1; 16; $\frac{16}{81}$; $\frac{256}{625}$; 0,0016.

2) Вычислить: $\sqrt[3]{10^6}$; $\sqrt[3]{3^{12}}$; $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}$; $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}$.

3) Решить уравнение: $x^4 = 256$; $x^5 = -\frac{1}{32}$; $5x^5 = -160$; $2x^6 = 128$.

4) Вычислить: $\sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8} \cdot \sqrt[6]{64}$; $\sqrt[5]{32} - 0,5 \cdot \sqrt[3]{-216}$; $-\frac{1}{3} \cdot \sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$; $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4} \cdot \sqrt[4]{256}$; $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016}$.

5) Упростить выражение: $\sqrt[3]{2ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b}$; $\sqrt[4]{3a^2b^3} \cdot \sqrt[4]{27a^2b}$; $\sqrt[4]{\frac{ab}{c}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3c}{b}}$; $\sqrt[3]{\frac{16a}{b^2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{2ab}}$.

6) Упростить выражение: $\sqrt[5]{a^6b^7} : \sqrt[5]{ab^2}$; $\sqrt[3]{81x^4y} : \sqrt[3]{3xy}$; $\sqrt[3]{\frac{3x}{y^2}} : \sqrt[3]{\frac{y}{9x^2}}$; $\sqrt[4]{\frac{2b}{a^3}} : \sqrt[4]{\frac{a}{8b^3}}$.

7) Представьте в виде степени с рациональным показателем: $\sqrt{x^3}$; $\sqrt[3]{a^4}$; $\sqrt[4]{b^3}$; $\sqrt[5]{x^{-1}}$; $\sqrt[6]{a}$; $\sqrt[7]{b^{-3}}$.

8) Вычислить: $64^{\frac{1}{2}}$; $27^{\frac{1}{3}}$; $8^{\frac{2}{3}}$; $81^{\frac{3}{4}}$; $16^{-0,75}$; $9^{-1,5}$; $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}$; $7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}$; $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}$; $150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}$.

9) Вычислить: $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$; $(0{,}04)^{-1,5}-(0{,}125)^{-\frac{2}{3}}$; $8^{\frac{9}{7}}:8^{\frac{2}{7}}-3^{\frac{6}{5}}\cdot 3^{\frac{4}{5}}$; $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5}+\left((0{,}2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}$.

10) Представьте в виде степени с рациональным показателем: $a^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{a}$; $b^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[6]{b}$; $\sqrt[3]{b}:b^{\frac{1}{6}}$; $a^{\frac{4}{3}}:\sqrt[3]{a}$; $x^{1,7}\cdot x^{2,8}:\sqrt{x^5}$; $y^{-3,8}:y^{-2,3}\cdot\sqrt[3]{y}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Построение графиков степенных функций. Решение равносильных и иррациональных уравнений и неравенств.

Цель: Научиться строить графики степенных функций и использовать их свойства, находить их область определения и множество значений, наибольшее (наименьшее) значение, определять, является ли функция ограниченной сверху (снизу), возрастающей (убывающей); применять алгоритмы решения равносильных и иррациональных уравнений и неравенств.

Время выполнения: 90 минут.

1) Изобразить схематически график функции и указать ее область определения и множество значений; выяснить, является ли функция ограничена сверху (снизу): $y=x^5$; $y=x^{-2}$; $y=x^6$.

2) Найти наибольшее и наименьшее значение функции на заданном отрезке: $y=x^7, x\in[-2;3]$; $y=x^{-2}, x\in[1;4]$.

3) Пользуясь свойствами степенной функции, сравнить с единицей: $4{,}1^{12}$; $0{,}2^3$; $0{,}7^9$; $\left(\sqrt{3}\right)^{22}$; $1{,}3^{-2}$; $0{,}8^{-1}$.

4) Построить график функции, указать ее область определения и множество значений. Выяснить является ли функция возрастающей (убывающей), является ли она ограниченной, принимает ли она наибольшее(наименьшее) значение: $y=(x+3)^4+2$.

5) Сравнить значения выражений: $3{,}1^7$ и $4{,}3^7$; $\left(\frac{10}{11}\right)^3$ и $\left(\frac{12}{11}\right)^3$; $0{,}3^8$ и $0{,}2^8$; $2{,}5^2$ и $2{,}6^2$; $\left(\frac{7}{9}\right)^{-2}$ и $\left(\frac{8}{10}\right)^{-2}$; $\left(\frac{14}{15}\right)^{-6}$ и $\left(\frac{15}{16}\right)^{-6}$.

6) Решить уравнение: $(x+7)\cdot 3 = 2x + 14$; $\frac{x-2}{x^2-1} = \frac{1-2x}{x^2-1}$.

7) Равносильны ли следующие уравнения: $3x - 7 = 5x + 5$ и $2x + 12 = 0$; $\frac{1}{5}\cdot(2x-1) = 1$ и $\frac{3x-1}{8} = 1$; $(x-5)^2 = 3\cdot(x-5)$ и $x - 5 = 3$;

$|x-2| = -3$ и $3^x = (-1)^3$.

8) Равносильны ли неравенства: $2x - 1 \geq 2$ и $2\cdot(x-1) \geq 1$;

$x\cdot(x+3) \geq 2x$ и $x^2(x+3) \geq 2x^2$.

9) Решить уравнения: $\frac{x-1}{x-2} - \frac{2}{x} = \frac{1}{x-2}$; $(x-2)\cdot(x^2+1) = 2\cdot(x^2+1)$.

10) Решить неравенства: $\frac{x+3}{2+x^2} < 3$; $\frac{x-2}{5-x} > 1$.

11) Решить уравнения: $\sqrt{x} = 2$; $\sqrt{x} = 7$; $\sqrt[3]{x} = 2$; $\sqrt[3]{x} = -3$; $\sqrt[3]{1-3x} = 0$; $\sqrt[4]{x} = 1$; $\sqrt[4]{2-x} = 0$; $\sqrt[3]{2x+3} = 1$; $\sqrt[3]{1-x} = 2$; $\sqrt[3]{3x^2-3} = \sqrt[3]{8x}$; $x = 1 + \sqrt{x+11}$; $\sqrt{x^2-x-3} = 3$.

12) Решить систему неравенств: $\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x > 2 \end{cases}$.

13) Решить неравенства: $\sqrt{x} < 3$; $\sqrt[3]{2x} < 3$; $\sqrt{2x} \leq 2$; $\sqrt{x-2} < 1$; $\sqrt{3-x} < 5$; $\sqrt{4-x} > 3$; $\sqrt{2x-3} > 4$; $\sqrt{x+1} \geq \frac{2}{3}$; $\sqrt{3x-5} < 5$; $\sqrt{4x+5} \leq \frac{1}{2}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Показательная функция. Решение показательных уравнений и неравенств.

Цель: Научиться строить графики показательных функций и использовать их свойства, находить их область определения и множество значений, наибольшее (наименьшее) значение на отрезке, определять, является ли функция возрастающей (убывающей); применять алгоритмы решения показательных уравнений и неравенств.

Время выполнения: 90 минут.

1) Изобразить схематически график функции: $y = 0{,}4^x$; $y = (\sqrt{2})^x$; $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$; $y = (\sqrt{3})^x$.

2) Используя свойство возрастания или убывания показательной функции, сравнить числа: $1{,}3^3$ и 1 ; $0{,}3^2$ и 1 ; $3{,}2^{1{,}5}$ и $3{,}2^{1{,}6}$; $0{,}2^{-3}$ и $0{,}2^{-2}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ и $\left(\frac{1}{5}\right)^{1{,}4}$; 3^{π} и $3^{3{,}14}$.

3) Найти координаты точки пересечения графиков функций: $y = 3^x$ и $y = \frac{1}{3}$; $y = 9$ и $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

4) Решить уравнения: $5^x = \frac{1}{5}$; $7^x = 49$; $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \sqrt{3}$; $\left(\frac{1}{7}\right)^x = \sqrt[5]{7}$.

5) Решить уравнения: $0{,}3^{3x-2} = 1$; $2^{2x} = 2^{4\sqrt{3}}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $400^x = \frac{1}{20}$; $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$; $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{81}$; $2 \cdot 4^x = 64$; $0{,}5^{x+7} \cdot 0{,}5^{1-2x} = 2$; $6^{3x} \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{2x}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$; $3^x = 5^{2x}$; $4^x = 3^{\frac{x}{2}}$; $16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0$; $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$; $64^x - 8^x - 56 = 0$; $2^{x^2-7x+10} = 1$; $2^{\frac{x-1}{x-2}} = 4$; $0{,}5^{\frac{1}{x}} = 4^{\frac{1}{x+1}}$.

6) Решить неравенства: $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4}$; $4^x < \frac{1}{2}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} \le \frac{1}{9}$; $5^{x-1} \le \sqrt{5}$; $3^{\frac{x}{2}} > 9$; $3^{x^2-4} \ge 1$; $5^{2x^2-18} < 1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Вычисление логарифмов.

Цель: Научиться вычислять логарифмы и использовать их свойства для упрощения логарифмических выражений.

Время выполнения: 90 минут.

1) Вычислить: $\log_2 16$; $\log_2 64$; $\log_2 2$; $\log_2 1$; $\log_2 \frac{1}{2}$; $\log_2 \frac{1}{8}$; $\log_2 \sqrt{2}$; $\log_2 \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$; $\log_3 27$; $\log_3 81$; $\log_3 3$; $\log_3 1$; $\log_3 \frac{1}{9}$; $\log_3 \frac{1}{3}$; $\log_3 \sqrt[4]{3}$; $\log_3 \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$; $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$; $\log_{\frac{1}{2}} 4$;

$\log_{0,5} 0{,}125$; $\log_{0,5}\frac{1}{2}$; $\log_{0,5} 1$; $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{2}$; $\log_5 625$; $\log_6 216$; $\log_4\frac{1}{16}$; $\log_5\frac{1}{125}$;

$\log_{\frac{1}{5}} 125$; $\log_{\frac{1}{3}} 27$; $\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{64}$; $\log_{\frac{1}{6}} 36$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{6\log_{\frac{1}{2}} 2}$; $7^{\frac{1}{2}\log_7 9}$; $9^{\log_3 12}$; $0{,}125^{\log_{0,5} 1}$.

2) Решить уравнение: $\log_5 x = 4$; $\log_3(x+2) = 3$.

3) Выяснить, при каких значениях x существует логарифм: $\log_{0,2}(7-x)$; $\log_8\frac{5}{2x-1}$; $\log_{0,7}(-2x^3)$.

4) Вычислить: $\log_{10} 8 + \log_{10} 125$; $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$; $\log_3 6 + \log_3\frac{3}{2}$; $\log_5 75 - \log_5 3$; $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$; $\log_8\frac{1}{16} - \log_8 32$; $\log_{11}\sqrt[3]{121}$; $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[4]{243}$; $\log_2\frac{1}{\sqrt[6]{128}}$; $\log_9 15 + \log_9 18 - \log_9 10$; $2\log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}} 400 + 3\log_{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{45}$; $\frac{\log_5 27}{\log_5 9}$; $\frac{\log_7 8}{\log_7 15 - \log_7 30}$.

5) Выразить данный логарифм через логарифм с основанием 7: $\lg 6$; $\log_2 7$; $\log_5\frac{1}{3}$; $\lg 7$; $\log_3 7$.

6) Решить уравнение: $\log_2 x - 2\log_{\frac{1}{2}} x = 9$; $\log_9 x^2 + \log_{\sqrt{3}} x = 3$; $\log_4 x - \log_{16} x = \frac{1}{4}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Построение графиков логарифмических функций. Логарифмические уравнения и неравенства.

Цель: Научиться строить графики логарифмических функций и использовать их свойства, находить их область определения и множество значений, определять, является ли функция возрастающей (убывающей); применять алгоритмы решения логарифмических уравнений и неравенств, с использованием свойств логарифмов.

Время выполнения: 90 минут.

1) Сравнить числа: $\log_{\frac{1}{3}} 9$ и $\log_{\frac{1}{3}} 17$; $\log_2\frac{\sqrt{5}}{2}$ и $\log_2\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2) Выяснить, является ли положительным или отрицательным число: $\log_3 0{,}45$; $\log_{0,5} 9{,}6$.

3) Сравнить с единицей число x, если: $\log_3 x = -0{,}3$; $\log_{\frac{1}{3}} x = 1{,}7$; $\log_2 x = 1{,}3$.

4) Выяснить, является ли возрастающей или убывающей функция: $y = \log_{0{,}075} x$; $y = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x$; $y = \lg x$; $y = \ln x$.

5) Построить график функции: $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

6) Построить схематически график функции: $y = \lg x$; $y = \ln x$; $y = \log_{0{,}4} x$; $y = \log_{\frac{1}{5}} x$.

7) Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{5}} x \le \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{8}$; $\ln x > \ln 0{,}5$; $\log_{0{,}4} x > 2$; $\log_{0{,}4} x \le 2$; $\log_8(4-2x) \ge 2$; $\log_3(x+1) < -2$; $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \ge -2$; $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \ge -1$; $\log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < -2$; $\lg x > 2 - \lg 4$; $\log_2(x-4) < 1$; $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) \ge \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$; $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) + \log_{\frac{1}{3}}(12-x) \ge -2$.

8) Решить уравнение: $\log_5(3x+1) = 2$; $\log_7(x+3) = 2$; $\lg(2-5x) = 1$; $\log_3(x-2) + \log_3(x+6) = 2$; $\lg(x+\sqrt{3}) + \lg(x-\sqrt{3}) = 0$; $\lg(x-1) + \lg(x+1) = 0$; $\lg(x-1) - \lg(2x-11) = \lg 2$; $\lg(3x-1) - \lg(x+5) = \lg 5$; $\log_3(x^3-x) - \log_3 x = \log_3 3$; $\frac{1}{2} \cdot \lg(x^2-4x-1) = \lg(8x) - \lg(4x)$; $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1) = \log_{\frac{1}{2}}(6x+8)$.

9) Найти область определения: $y = \log_{0{,}3}(1+x)$; $y = \log_{\sqrt{2}}(4-x^2)$; $y = \log_2(7-5x)$; $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2-2)$; $y = \log_7(4-x^2)$.

10) Установить, какое из данных двух уравнений является следствием другого уравнения: $x-3=0$ и $x^2-5x+6=0$; $|x| = 5$ и $\sqrt{x^2} = 5$; $\frac{x^2-3x+2}{x-1} = 0$ и $x^2-3x+2=0$ $\log_8 x + \log_8(x-2) = 1$ и $\log_8(x \cdot (x-2)) = 1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса угла.

Цель: Научиться выражать радианную меру угла в градусах и градусную меру угла в радианах, вычислять значения синуса, косинуса и тангенса угла по таблице, определять знаки синуса, косинуса и тангенса угла.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найти радианную меру угла, выраженного в градусах: 40^0 ; 120^0 ; 150^0 ; 75^0; 32^0 ; 140^0 .

2) Найти градусную меру угла, выраженного в радианах: $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{9}$; $\frac{3\pi}{4}$; 2 ; 3; 0,36.

3) Вычислить: $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\cos\frac{\pi}{2}$; $\sin\pi-\cos\pi$; $\sin 0-\cos 2\pi$; $\sin\pi+\sin 1{,}5\pi$; $\sin 0+\cos 2\pi$; $\sin 3\pi-\cos\frac{3\pi}{2}$; $\cos 0-\cos 3\pi+\cos 3{,}5\pi$; $tg\,\pi+\cos\pi$; $tg\,0^0-tg\,180^0$; $tg\,\pi+\sin\pi$; $\cos\pi-tg\,2\pi$; $3\sin\frac{\pi}{6}+2\cos\frac{\pi}{6}-tg\,\frac{\pi}{3}$; $5\sin\frac{\pi}{4}+3tg\,\frac{\pi}{4}-5\cos\frac{\pi}{4}-10ctg\,\frac{\pi}{4}$; $\left(2tg\,\frac{\pi}{6}-tg\,\frac{\pi}{3}\right):\cos\frac{\pi}{6}$; $\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{6}-tg\,\frac{\pi}{4}$.

4) Найти значения синуса и косинуса числа β, если: $\beta=4\pi$; $\beta=\frac{5}{2}\pi$.

5) Определить знак числа $\sin\alpha$, если: $\alpha=-\frac{33\pi}{7}$; $\alpha=-0{,}1\pi$; $\alpha=-470^0$.

6) Определить знак числа $\cos\alpha$, если: $\alpha=\frac{7\pi}{6}$; $\alpha=4{,}6$; $\alpha=-150^0$.

7) Определить знак числа $tg\alpha$, если: $\alpha=\frac{12\pi}{5}$; $\alpha=3{,}7$; $\alpha=283^0$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Тригонометрические формулы.

Цель: Научиться применять основные тригонометрических тождества для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них; упрощать и находить значение выражений, содержащих синус, косинус и тангенс угла с помощью тригонометрических формул.

Время выполнения: 90 минут.

1) Могут ли одновременно выполняться равенства: $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\sin\alpha=-\frac{4}{5}$ и $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$; $\sin\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{5}$ и $\cos\alpha=\frac{\sqrt{23}}{5}$; $\sin\alpha=0{,}2$ и $\cos\alpha=0{,}8$.

2) По значению одной из тригонометрических функций ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\,\alpha$, $\mathrm{ctg}\,\alpha$) найти значения остальных трех: $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\cos\alpha = 0{,}8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$; $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$; $\sin\alpha = -\frac{2}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$; $\mathrm{tg}\,\alpha = -2{,}4$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{7}{24}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

3) Доказать тождество: $(1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha) = \cos^2\alpha$; $\frac{\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha} = \mathrm{ctg}^2\alpha$; $\frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2\alpha} + \cos^2\alpha = 1$; $(1-\sin^2\alpha)\cdot(1+\mathrm{tg}^2\alpha) = 1$; $\sin^2\alpha\cdot(1+\mathrm{ctg}^2\alpha) - \cos^2\alpha = \sin^2\alpha$.

4) Упростить выражение: $\cos\alpha - \sin\alpha\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha$; $\frac{\cos^2\alpha}{1-\sin\alpha}$; $\cos\alpha - \mathrm{ctg}\,\alpha\cdot(-\sin\alpha)$; $\mathrm{tg}(-\alpha)\cdot\mathrm{ctg}\,(-\alpha) + \cos^2(-\alpha) + \sin^2\alpha$.

5) Упростить выражение и найти его значение: $\frac{\sin^2\alpha - 1}{1-\cos^2\alpha}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4}$; $\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1$ при $\alpha = \frac{\pi}{3}$; $\cos^2\alpha + \mathrm{ctg}^2\alpha + \sin^2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{6}$; $\cos^2\alpha + \mathrm{tg}^2\alpha\cdot\mathrm{ctg}^2\alpha + \sin^2\alpha$ при $\alpha = \frac{\pi}{3}$

6) Вычислить: $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$;

$2\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \mathrm{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; $\frac{3-\sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\cos^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)}{2\cdot\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$;

$2\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 3 + 7{,}5\cdot\mathrm{tg}\,(-\pi) + \frac{1}{8}\cdot\cos\frac{3\pi}{2}$.

7) Вычислить: $\cos 19°30' \cdot \cos 25°30' - \sin 19°30' \cdot \sin 25°30'$; $\cos\frac{8\pi}{7}\cdot\cos\frac{\pi}{7} + \sin\frac{8\pi}{7}\cdot\sin\frac{\pi}{7}$; $\sin 73^0\cdot\cos 17^0 + \cos 73^0\cdot\sin 17^0$; $\sin 73^0\cdot\cos 13^0 - \cos 73^0\cdot\sin 13^0$; $\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12} + \sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{5\pi}{12}$; $\sin\frac{7\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12} - \sin\frac{\pi}{12}\cdot\cos\frac{7\pi}{12}$.

8) Упростить выражение: $\cos 3\alpha\cdot\cos\alpha - \sin\alpha\cdot\sin 3\alpha$; $\cos 5\beta\cdot\cos 2\beta + \sin 5\beta\cdot\sin 2\beta$; $\cos\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{5}+\alpha\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{5}+\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{5}+\alpha\right)$; $\sin(\alpha+\beta) + \sin(-\alpha)\cdot\cos(-\beta)$;

$\cos\left(\frac{\pi}{7}+\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{5\pi}{14}-\alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{7}+\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{5\pi}{14}-\alpha\right)$; $\sin(-\beta)\cdot\cos(-\alpha) - \sin(\alpha-\beta)$.

9) Вычислить: $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$, если $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$; $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

10) Вычислить: $2\cdot\sin 15^0\cdot\cos 15^0$; $\cos^2 15^0-\sin^2 15^0$; $\frac{2\cdot\mathrm{tg}\,15^0}{1-\mathrm{tg}^2 15^0}$; $(\cos 75^0-\sin 75^0)^2$;

$2\cdot\sin 75^0\cdot\cos 75^0$; $\cos^2 75^0-\sin^2 75^0$; $\frac{6\cdot\mathrm{tg}\,75^0}{1-\mathrm{tg}^2 75^0}$; $\frac{\mathrm{tg}^2 22^0 30'-1}{\mathrm{tg}\,22^0 30'}$.

11) Вычислить: $\sin 2\alpha$, если $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$ и $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$; $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha=\frac{4}{5}$; $\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$; $\mathrm{tg}\,2\alpha$, если $\mathrm{tg}\,\alpha=0{,}5$.

12) Упростить выражение: $\frac{\sin 2\alpha}{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-1}$; $\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}$.

13) Вычислить: $1-2\cdot\sin^2\frac{\pi}{12}$; $-\frac{\sqrt{3}}{2}+2\cdot\cos^2 15^0$.

14) Вычислить $\sin\frac{\alpha}{2}$,$\cos\frac{\alpha}{2}$, $\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$,$\mathrm{ctg}\,\frac{\alpha}{2}$, если: $\cos\alpha=0{,}6$ и $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$; $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

15) Упростить выражение: $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)$; $\cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)-\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$.

16) Вычислить: $\sin 105^0-\sin 75^0$; $\cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}$; $\sin 105^0+\sin 165^0$.

17) Доказать тождество: $\frac{\sin\alpha+\sin 3\alpha}{\cos\alpha+\cos 3\alpha}=\mathrm{tg}\,2\alpha$; $\frac{\sin 2\alpha+\sin 4\alpha}{\cos 2\alpha-\cos 4\alpha}=\mathrm{ctg}\,\alpha$.

18) Упростить выражение: $\sin(2\pi+\alpha)$; $\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)$; $\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right)$

$\mathrm{ctg}(5\pi+\alpha)$; $\frac{\mathrm{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-\mathrm{tg}(\pi+\alpha)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos(\pi+\alpha)}$; $\frac{\sin(\pi-\alpha)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\mathrm{ctg}(\pi-\alpha)}{\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}$;

$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}{\mathrm{ctg}(2\pi-\alpha)}\cdot\frac{\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\sin(\pi+\alpha)}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Решение тригонометрических уравнений и неравенств.

Цель: Научиться находить значения arccos a, arcsin a и arctg a, применять алгоритмы решения тригонометрических уравнений и неравенств.

Время выполнения: 90 минут.

1) Вычислить: $\arccos 1$; $\arccos\frac{1}{2}$; $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\arcsin 1$; $\arcsin\frac{1}{2}$; $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\mathrm{arctg}(-1)$; $\mathrm{arctg}\sqrt{3}$; $2\cdot\mathrm{arctg}\,1+3\cdot\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; $5\cdot\mathrm{arctg}(-\sqrt{3})-3\cdot\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\arcsin\frac{1}{\sqrt{2}}+\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; $3\cdot\arcsin(-1)-2\cdot\arccos 0$; $4\cdot\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+6\cdot\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2) Решить уравнение: $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\cos 2x=-1$; $2\cdot\cos\frac{x}{3}=\sqrt{3}$; $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=0$; $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin x=-\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sin 2x=-1$; $2\cdot\sin\frac{x}{2}=\sqrt{3}$; $\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=0$; $tg\ x=\sqrt{3}$; $tg\ x=-1$; $tg\ x=-5$; $1+tg\ \frac{x}{3}=0$.

3) Решить уравнение: $\cos^2 x=\frac{1}{2}$; $2\cdot\cos^2 x+\cos x-6=0$; $3\cdot\cos^2 x-\sin x-1=0$; $2\cdot\sin^2 x+3\cdot\cos x=0$; $tg\ x=ctg\ x$; $tg^2\ x-tg\ x+1=0$; $\cos x=\sin x$; $2\cdot\sin x+\cos x=0$.

4) Решить неравенство: $\cos x<\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos x\le-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos x<-2$; $\cos x\le-1$; $\sin x\le\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin x>-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin x>1$; $\sin x\ge 1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Построение графиков тригонометрических функций.

Цель: Научиться строить графики тригонометрических функций и использовать их свойства, находить их область определения и множество значений, определять, является ли функция возрастающей (убывающей), четной (нечетной), положительной (отрицательной) на промежутке.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найти область определения функции: $y=\cos\frac{x}{2}$; $y=\sin\frac{2}{x}$; $y=\cos\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$; $y=\frac{2}{\sin x}$; $y=tg\ 5x$.

2) Найти множество значений функции: $y = 1 - \cos x$; $y = 1 - 4 \cdot \cos 2x$; $y = \frac{1}{2}\sin x \cdot \cos x - 1$.

3) Выяснить, является ли функция четной (нечетной): $y = 2 \cdot \sin 4x$; $y = x \cdot \cos\frac{x}{2}$; $y = 2 \cdot \sin^2 x$.

4) Возрастает или убывает функция $y = \cos x$ на промежутке: $[-2\pi; -\pi]$; $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$; $[-2; -1]$.

Возрастает или убывает функция $y = \sin x$ на промежутке: $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$; $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$; $(6; 7)$.

Возрастает или убывает функция $y = \operatorname{tg} x$ на промежутке: $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$; $[2; 3]$.

5) Выяснить, при каких значениях x , принадлежащих отрезку $[0; 3\pi]$, функция $y = \cos x$ принимает: 1) значение, равное 0, 1, -1 2) положительные значения 3) отрицательные значения.

6) Выяснить, при каких значениях x , принадлежащих отрезку $[0; 3\pi]$, функция $y = \sin x$ принимает: 1) значение, равное 0, 1, -1 2) положительные значения 3) отрицательные значения.

7) Выяснить, при каких значениях x , принадлежащих отрезку $[-\pi; 2\pi]$, функция $y = \operatorname{tg} x$ принимает: 1) значение, равное 0 2) положительные значения 3) отрицательные значения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Комбинаторика.

Цель: Научиться решать комбинаторные задачи методом перебора, по правилу умножения, перестановки, размещения и сочетания, упрощать выражения, решать уравнения, используя перестановки, размещения и сочетания.

Время выполнения: 90 минут.

1) Сколько различных двузначных чисел с разными цифрами можно записать, используя цифры: 1, 2 и 3; 4, 5 и 6; 5, 6, 7 и 8; 6, 7, 8 и 9; 0, 2, 4 и 6; 0, 3, 5 и 7.

2) Сколько различных трехзначных чисел можно записать, используя цифры: 2 и 3; 8 и 9; 0 и 2; 0 и 5.

3) Сколько различных трехзначных чисел, не имеющих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр: 3, 4 и 5; 7, 8 и 9; 5, 6, 7 и 8; 1, 2, 3 и 4.

4) Сколько различных четырехбуквенных слов можно записать с помощью букв: "м" и "а"; "п" и "а"; "к", "а" и "о"; "ш", "а" и "л".

5) Путешественник может попасть из пункта А в пункт С, проехав через пункт В. Между пунктами А и В имеются три различные дороги, а между пунктами В и С - четыре различные дороги. Сколько существует различных маршрутов между пунктами А и С?

6) Чтобы попасть из города М в город К, нужно проехать через город N. Между городами М и N имеются четыре автодороги, а из города N в город К можно попасть либо поездом, либо самолетом. Сколько существует различных способов добраться из города М в город К?

7) Сколькими способами могут распределиться золотая и серебряная медали на чемпионате по футболу, если в нем принимают участие: 32 команды; 16 команд.

8) Сколькими способами можно составить расписание 5 уроков на один день из 5 различных учебных предметов?

9) Сколькими способами можно составить расписание 6 уроков на один день из 6 различных учебных предметов?

10) Сколькими способами могут занять очередь в школьный буфет: 6 учащихся; 5 учащихся.

11) В классе 18 учащихся. Из их числа физорга, культорга и казначея. Сколькими способами это можно сделать, если один ученик может занимать не более одной должности?

12) В классе 20 учащихся. Необходимо назначить по одному дежурному в столовую, вестибюль и спортивный зал. Сколькими способами это можно сделать?

13) Сколько различных шифров можно набрать в автоматической камере хранения, если шифр составляется с помощью (нуль в коде может стоять и на первом месте):

любой из 10 гласных букв с последующим трехзначным числовым кодом;

любой из 8 согласных букв "к", "л", "м", "н", "п", "р", "с", "т" с последующим четырехзначным числовым кодом.

14) Сколько существует пятизначных чисел, в которых все цифры, стоящие на нечетных местах, различны?

15) Сколько существует шестизначных чисел, в которых все цифры, стоящие на четных местах, различны?

16) Найти значение: P_5; P_7; P_9; P_8.

17) Сколькими способами можно рассадить четверых детей на четырех стульях в столовой детского сада?

18) Сколькими способами могут занять места 5 учащихся класса за пятью одноместными партами?

19) Сколькими способами можно установить дежурство по одному человеку в день: среди 7 учащихся класса в течение 7 дней; среди 9 учащихся класса в течение 9 дней.

20) Сколько различных пятизначных чисел, не содержащих одинаковых цифр, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы: последней была цифра 3; первой была цифра 4; первой была цифра 5, а второй - цифра 1; первой была цифра 2, а последней - цифра 4; первыми были цифры 3 и 4, расположенные в любом порядке; последними были цифры 1 и 2, расположенные в любом порядке.

21) Упростить форму записи выражений (полагая, что k - натуральное число, $k > 4$): $6!\cdot 7$; $10!\cdot 11$; $15\cdot 14!$; $12\cdot 11!$; $k!\cdot(k+1)$; $(k-1)!\cdot k$; $(k-1)!\cdot k\cdot(k+1)$; $(k-2)!\cdot(k-1)\cdot k$; $(k-4)!\cdot(k^2-5k+6)$; $(k-3)!\cdot(k^2-3k+2)$.

22) Найти значение выражения: $\frac{26!}{25!}$; $\frac{32!}{31!}$; $\frac{12!}{10!}$; $\frac{14!}{12!}$; $\frac{5!\cdot 3!}{7!}$; $\frac{6!\cdot 4!}{8!}$; $\frac{10!}{8!\cdot 3!}$; $\frac{11!}{9!\cdot 2!}$.

23) Упростить выражение (m, n - натуральные числа): $\frac{P_{n+1}}{P_n}$; $\frac{P_{n+2}}{P_{n+1}}$; $\frac{m!\cdot(m+1)}{(m+2)!}$; $\frac{(m+3)!}{(m+1)!\cdot(m+2)}$.

24) Решить уравнение относительно n: $\frac{P_n}{P_{n+1}} = \frac{1}{4}$; $\frac{P_{n+2}}{P_{n+1}} = 5$; $\frac{P_n}{P_{n-2}} = 20$; $\frac{P_{n-1}}{P_{n+1}} = \frac{1}{12}$.

25) Вычислить: A_4^1 ; A_5^1 ; A_5^2 ; A_4^2 ; A_7^7 ; A_6^6 ; A_{10}^3 ; A_8^3 .

26) В классе изучают 8 предметов естественно-математического цикла. Сколькими способами можно составить расписание на пятницу, если в этот день должны быть: 5 уроков из пяти разных предметов этого цикла; 6 уроков из шести разных предметов этого цикла.

27) Сколько существует способов для обозначения с помощью букв A, B, C, D, E, F вершин данного: четырехугольника; треугольника.

28) В классе 20 человек. Сколькими способами из их числа можно сделать назначение: физорга и культорга; физорга, культорга и казначея.

29) Найти значение выражения: $\frac{A_{15}^9 - A_{15}^8}{A_{15}^7}$; $\frac{A_{18}^{10} + A_{18}^{11}}{A_{18}^9}$; $\frac{A_9^4 \cdot A_4^4}{A_8^6}$; $\frac{A_5^5 - A_{10}^8}{A_9^7}$.

30) Решить уравнение относительно m: $A_m^2 = 72$; $A_m^2 = 56$; $A_m^3 = 12m$; $A_m^3 = 20m$; $A_{m+1}^2 = 110$; $A_{m+2}^2 = 90$; $A_m^5 = 18 \cdot A_{m-2}^4$; $(m-4)\cdot A_m^4 = 21\cdot(m-5)\cdot A_{m-2}^3$.

31) Найти значение: C_7^1 ; C_6^1 ; C_8^2 ; C_7^2 ; C_9^8 ; C_{10}^9 ; C_{15}^{15} ; C_{12}^{12} ; C_{30}^0 ; C_{40}^0 ; C_{50}^{48} ; C_{40}^{38}; C_{70}^2 ; C_{60}^2 .

32) Сколькими способами для участия в конференции из 9 членов научного общества можно выбрать: троих студентов; четверых студентов.

33) Сколько различных аккордов, содержащих: 4 звука; 3 звука, можно образовать из 12 клавиш одной октавы?

34) В помещении 16 ламп. Сколько существует вариантов его освещения, если одновременно должны светиться: 15 ламп; 14 ламп.

35) На плоскости отмечено 16 точек; 13 точек, причем никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Сколько различных отрезков можно построить, соединяя эти точки попарно?

36) На окружности отмечено: 10 точек; 12 точек. Сколько различных треугольников с вершинами, выбранными из этих точек, можно построить?
37) На окружности отмечено: 7 точек; 8 точек. Сколько различных выпуклых четырехугольников с вершинами, выбранными из этих точек можно построить?
38) Из колоды карт 36 листов, выбирают: 3 карты бубновой масти и одну карту трефовой масти; одну карту пиковой масти и две карты червовой масти. Сколькими способами можно осуществить такой выбор?
39) Имеются 5 тюльпанов и 6 нарциссов. Сколькими способами можно составить букет: из 3 тюльпанов и 2 нарциссов; из 2 тюльпанов и 3 нарциссов.
40) В школьном хоре 7 девочек и 4 мальчика. Сколькими способами из состава хора можно выбрать для участия в районном смотре: 5 девочек и 2 мальчиков; 4 девочек и 3 мальчиков.
41) Найти значение выражения, предварительно его упростив: $C_{13}^{10}+C_{13}^{11}$; $C_{14}^{12}+C_{14}^{13}$; $C_{19}^{4}-C_{18}^{4}$; $C_{21}^{3}-C_{20}^{3}$; $C_{61}^{3}-C_{60}^{2}$; $C_{71}^{3}-C_{70}^{2}$.
42) Решить уравнение: $C_{x+1}^{2}+C_{x+1}^{3}=7x$; $C_{x-1}^{3}+C_{x-1}^{2}=4(x-1)$; $C_{x}^{3}=\frac{4}{15}C_{x+2}^{4}$; $5C_{x}^{3}=C_{x+2}^{4}$; $C_{3x+1}^{3x-1}=120$; $C_{2x+1}^{2x-1}=36$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Элементы теории вероятностей.

Цель: Рассмотреть примеры вычисления вероятностей, научиться находить комбинации событий, изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теоремы о сумме вероятностей. Решение задач на вычисление вероятностей событий. Научиться определять являются ли события независимыми, решать задачи на вычисление произведения вероятностей. Ознакомиться с представлением числовых данных и их характеристиками, решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.

Время выполнения: 90 минут.

1) Каким событием (достоверным, невозможным или случайным) является событие:

- изъятая из колоды одна карта оказалась семеркой треф;

- при комнатной температуре и нормальном атмосферном давлении медь оказалась в жидком состоянии;

-при температуре 20^0C и нормальном атмосферном давлении вода оказалась в жидком состоянии;

- наугад названное натуральное число оказалось больше нуля;

- вынутый наудачу цветок из букета гвоздик оказался розой;

- в результате броска игрального кубика появилось число 5.

2) Перечислить все элементарные события, которые могут произойти в результате испытания, являются ли перечисленные элементарные события равновозможными:

- бросается на стол игральный кубик и определяется число очков, появившихся на верхней грани;

- на поверхность стола бросается игральный тетраэдр (грани которого пронумерованы числами 1,2,3,4) и определяется и определяется число на той грани, которая лежит на поверхности стола;

- бросается на пол монета и определяется видимая сторона;

- на пол роняют усеченный конус, выточенный из дерева, и определяют геометрическую фигуру, по которой упавший конус касается пола;

- из всех карт одной масти (взятых из колоды с 36 листами) случайным образом выбирается одна карта и определяется изображение на ней;

- из коробки, в которой лежат 5 шаров пяти различных цветов, извлекается один шар и называется его цвет.

3) Выяснить, являются ли события А и В несовместными, если:

- А-появление туза, В- появление дамы в результате одного изъятия одной карты из колоды карт;

- А-появление туза, В- появление карты бубновой масти в результате изъятия одной карты из колоды;
- А-выпадения числа 6, В- выпадение четного числа при одном бросании игральной кости;
- А-выпадения числа 4, В- выпадение нечетного числа в результате одного броска кости.

4) Из колоды карт вынимается одна карта. Пусть событие А-изъятие из колоды карты с картинкой, В - изъятие из колоды карты червовой масти. В чем заключается событие $A+B$; $A \cdot B$.

5) Двадцать карточек пронумерованы числами от 1 до 20. Произвольно выбирается одна карточка. Пусть событие А - на карточке записано число, кратное 4; событие В - на карточке записано число, кратное 6. В чем заключается событие $A+B$; $A \cdot B$.

6) Испытание состоит из двух выстрелов по мишени. Событие А - попадание по мишени при первом выстреле, В - попадание при втором выстреле. В чем заключается событие $A+B$; $A \cdot B$.

7) На стол бросают две игральные кости. Событие А - на первой кости выпало число 5, В - на второй кости выпало число, не меньшее 5. В чем заключается событие $A+B$; $A \cdot B$.

8) Установить событие, являющееся противоположным событию:
- при одном броске монеты выпала решка;
- в результате броска игральной кости выпало число 2;
- в результате броска игральной кости выпало число, большее 4;
- в результате броска игральной кости выпало число, не большее 3;
- из колоды карт изъята карта бубновой масти;
- из колоды карт извлечена 6;
- хотя бы одна пуля попала в цель в испытании с тремя выстрелами по мишени;
- хотя бы на одной из двух брошенных игральных костей появилось число 6;
- в расписании уроков на понедельник первым уроком поставлена физика;
- при сдаче экзамена студент получил оценку "отлично".

9) Пусть C и D - произвольные события. Записать следующие события:

- произошли оба данных события;
- произошло только событие C;
- произошло только событие D;
- ни одно из данных событий не произошло;
- произошло, по крайней мере, одно из данных двух событий;
- произошло только одно из данных событий.

10) Какова вероятность выпадения числа: 2; 5 в результате одного бросания игрального кубика?

11) Какова вероятность того, что при изъятии одной карты из колоды 36 листов игрок вынет: даму треф; короля пик; валета красной масти; семерку черной масти; шестерку; туза; или даму, или валета; или восьмерку, или девятку; или короля червовой масти, или даму любой масти; или валета любой масти, или туза пик; не короля треф; не даму.

12) Какова вероятность того, что на открытом наугад листе откидного календаря на январь окажется: 21 число; 10 число; 31 число; 32 число; число, содержащее в своей записи цифру 0; число, содержащее цифру 4; число, содержащее хотя бы одну цифру 2; число, содержащее хотя бы одну цифру 1.

13) В коробке находятся 2 белых, 3 черных и 4 красных шара. Наугад вынимается один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар: белый; черный; красный; белый или черный; белый или красный; черный или красный; или белый, или черный, или красный; синий.

14) В лотерее участвуют 100 билетов, среди которых: 4 выигрышных; 5 выигрышных. Наугад берут один билет. Какова вероятность того, что взятый билет выигрышный?

15) Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что: на обеих костях выпали числа 6; на обеих костях выпали числа 5; на первой кости выпало число 2, а на второй число 3; на первой кости выпало число 6, а на второй число 1; на первой кости выпало четное число, а на второй число 3; на первой кости выпало число 2, а на второй нечетное число; на первой кости

выпало нечетное число, а на второй четное число; на первой кости выпало четное число, а на второй кратное 3; на первой кости выпало число, большее 2, а на второй число, не меньшее 4; на первой кости выпало число, не большее 4, а на второй число, большее 4; сумма выпавших чисел равна 3; сумма выпавших чисел равна 4; сумма выпавших чисел не больше 4; сумма выпавших чисел не меньше 10; произведение выпавших чисел равно 10; произведение выпавших чисел равно 5; произведение выпавших чисел равно 6; произведение выпавших чисел равно 4;

16) Из колоды карт (36 листов) наугад вынимается одна карта. Какова вероятность того, что эта карта: либо дама, либо валет; либо шестерка, либо туз; либо семерка треф, либо карта бубновой масти; либо туз красной масти, либо карта трефовой масти.

17) В ящике находятся 3 белых, 4 синих и 5 красных шаров. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар: цветной; либо белый, либо красный; либо белый, либо синий.

18) В папке находятся 15 билетов спортивной лотереи, 20 билетов художественной лотереи и 30 билетов денежно-вещевой лотереи. Найти вероятность того, что наугад вынутый из этой пачки один билет окажется билетом: либо спортивной, либо денежно-вещевой лотереи; либо спортивной, либо художественной лотереи; либо художественной, либо денежно-вещевой лотереи.

19) Найти вероятность того, что в результате одного бросания игральной кости выпадет число, отличное от 1.

20) Вероятность попадания мяча в корзину, брошенного один раз некоторым баскетболистом, равна 0,4. Найти вероятность того, что, бросив мяч в корзину, этот баскетболист промахнется.

21) Вероятность выигрыша по одному билету в некоторой лотереи равна 10^{-5}. Какова вероятность приобретения невыигрышного билета при покупке одного билета?

22) Выяснить, являются ли события А и В независимыми, если:

$P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{10}{13}$, $P(A \cdot B) = \frac{4}{13}$; $P(A) = 0{,}75$, $P(B) = 0{,}2$, $P(A \cdot B) = 0{,}15$;

$P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}2$, $P(A \cdot B) = 0{,}6$; $P(A) = \frac{3}{14}$, $P(B) = \frac{7}{12}$, $P(A \cdot B) = \frac{1}{4}$.

23) Наугад называется: одно из первых двенадцати натуральных чисел; одно из первых тринадцати натуральных чисел. Рассматриваются события: A - названное число является четным, B - названное число кратно 3. Установить, являются ли события A и B независимыми.

24) Бросаются две игральные кости и рассматриваются события: A - на первой кости выпало 6, B - на второй кости выпало четное число; A - на первой кости выпало нечетное число, B - на второй кости выпало число, кратное 3. Убедиться в независимости событий A и B.

25) Вероятность выигрыша на некоторой бирже в течение каждого из двух фиксированных дней равна 0,3. Найти вероятность того, что на этой бирже: выигрыши произойдут в каждый из этих двух дней; два этих дня не будет выигрышей; выигрыши произойдут хотя бы в один из двух фиксированных дней.

26) Для сигнализации об угоне установлены два независимых датчика. Вероятность того, что при угоне сработает первый датчик, равна 0,97, что сработает второй, равна 0,95. Найти вероятность того, что при угоне: сработают оба датчика; оба датчика не сработают; сработает хотя бы один из двух датчиков; хотя бы один из датчиков не сработает.

27) В первой партии из 20 деталей 6 нестандартных, а во второй партии из 30 деталей 5 нестандартных. Наугад из каждой партии изымают по одной детали. Найти вероятность того, что: обе детали оказались нестандартными; обе детали оказались стандартными; хотя бы одна деталь оказалась стандартной; хотя бы одна деталь оказалась нестандартной.

28) В первой коробке находятся 7 белых и 3 черных шара, а во второй - 5 белых и 9 черных. Не глядя из каждой коробки вынимают по одному шару. Найти вероятность того, что: оба вынутых шара белые; оба вынутых шара черные; хотя бы один шар белый; хотя бы один шар черный.

29) В изготовленной партии из 10000 деталей обнаружено: 350; 220 бракованных деталей. Найти относительную частоту появления в данной партии бракованной детали. Результат выразить в %.

30) заполнить последний столбец таблицы (с точностью до тысячных):

№ п/п	Испытание	Число испытаний (N)	Наблюдаемое событие	Частота события (M)	Относительная частота события $\left(W = \frac{M}{N}\right)$
1	Брошена монета	200	Выпала решка	98	
2	Брошен игральный кубик	300	Выпало число 4	53	
3	Спортсмен стреляет по мишени	100	Попадание по мишени	93	
4	Брошен игральный тетраэдр (с гранями пронумерованными числами 1,2,3,4).	200	Выпало число 3	49	

31) Проводились серии из N испытаний с подбрасыванием некоторой правильной треугольной призмы, сделанной из стали. Результаты заносились в таблицу:

Число испытаний (N)	10	50	100	300	500	1000
Частота падения призмы на любую боковую грань (M)	8	34	73	206	353	698
Относительная частота падения призмы на боковую грань (W)						

Заполнить последнюю строку таблицы, округляя результаты вычислений до сотых. Выскажете предположение о приближенном значении (с точностью до десятой) вероятности события А - падение призмы на боковую грань.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Вычисление производной функции.

Цель: Изучение алгоритма вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости; научиться находить производную степенных, элементарных и сложных функций; пользоваться таблицей производных элементарных функций; знать правила дифференцирования и уметь ими пользоваться для нахождения производных.

Время выполнения: 90 минут.

1) Точка движется по закону $s(t) = 1 + 3t$. Найти среднюю скорость движения за промежуток времени: от $t = 0{,}8$ до $t = 1$.

2) Найти среднюю скорость движения точки на отрезке $[1;\ 1{,}2]$, если закон ее движения $s = s(t)$ задан формулой: $s(t) = t^2$.

3) Найти мгновенную скорость движения точки, если: $s(t) = 2 - 3t$.

4) Закон движения задан формулой $s(t) = 0{,}25t + 2$. Найти: 1) среднюю скорость движения от $t = 4$ до $t = 8$. 2) скорость движения в моменты $t = 4$ и $t = 8$.

5) Используя определение производной, найти $f'(x)$, если: $f(x) = 5x + 7$; $f(x) = -3x^2 + 2$

6) Найти производную: x^6; x^7; x^{11}; x^{13}; x^{-3}; x^{-4}; x^{-7}; $x^{\frac{2}{5}}$; $x^{\sqrt{3}}$; $\frac{1}{x^9}$; $\sqrt[4]{x}$; $\sqrt[5]{x^2}$; $\frac{1}{\sqrt[5]{x}}$; $\frac{1}{\sqrt[4]{x^5}}$; $(5x + 2)^{-3}$; $(1 - 2x)^{-6}$; $(2 - 5x)^4$; $(2x)^3$; $(-5x)^4$.

7) Найти $f'(x_0)$, если: $f(x) = x^{-2}$, $x_0 = 3$; $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 4$; $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $x_0 = 8$; $f(x) = \sqrt{5 - 4x}$, $x_0 = 1$; $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$, $x_0 = 1$.

8) Найти производную: $x^2 - x$; $3x^2$; $-17x^2$; $-4x^3$; $0{,}5x^3$; $13x^2 + 26$; $8x^2 - 16$; $5x^2 + 6x - 7$; $x^4 + 2x^2$; $x^5 - 3x^2$; $x^3 + 5x$; $-2x^3 + 18x$; $2x^3 - 3x^2 + 6x + 1$; $-3x^3 + 2x^2 - x - 5$; $x^3 + \frac{1}{x^2}$; $2\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}$; $3\sqrt[6]{x} + 7\sqrt[14]{x}$.

9) Найти $f'(0)$ и $f'(2)$, если: $f(x) = x^3 - 2x$; $f(x) = -x^3 + x^2$; $f(x) = x^2 + x + 1$.

10) Найти $f'(3)$ и $f'(1)$, если: $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + 1$; $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^5}$; $f(x) = x^{\frac{5}{2}} - x^{-\frac{5}{2}}$.

11) Дифференцируема ли функция $y = f(x)$ в точке x , если: $y = \frac{3x-5}{(x-3)^2}$, $x = 3$;

$y = \sqrt{x + 1}$, $x = 0$; $y = \sqrt{5 - x}$, $x = 4$.

12) Найти значения x, при которых значение производной функции $f(x) = 0$, если: $f(x) = -x^2 + 3x + 1$; $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 3$; $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 1$; $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$; $f(x) = x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 5$.

13) Найти производную функции: $(x + 2) \cdot \sqrt[5]{x}$; $(x - 1) \cdot \sqrt{x}$.

14) Найти $f'(1)$, если: $f(x) = (2x - 1)^5 \cdot (1 + x)^4$; $f(x) = \sqrt{2 - x} \cdot (3 - 2x)^8$;

$f(x) = (5x-4)^6 \cdot \sqrt{3x-2}$.

15) Найти производную функции: $\frac{\sqrt{x}+x^2+1}{x-1}$.

16) Найти $f'(1)$, если: $f(x) = \frac{2x^2}{1-7x}$.

17) Найти производную функции: $e^x + x^2$; $e^{2x} + \frac{1}{x}$; $e^{-3x} + \sqrt{x}$; $e^{\frac{1}{2}x-1} - \sqrt{x-1}$; $e^{0,3x+2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$; $e^{1-x} + x^{-3}$; e^{x^2}; e^{2x^3}; $3^x - x^{-2}$; $e^{2x} - x$; $e^{3x} + 2x^2$; 3^{x^2+2}; $3^x - e^{2x}$; $e^{2-x} + \sqrt[5]{x}$; $e^{3-x} + \frac{1}{x^4}$; $3\ln x - 2^x$; $\log_2 x + \frac{1}{2x}$; $3x^{-3} - \log_3 x$; $\ln(x^2-2x)$; $(3x^2-2)\cdot\log_3 x$; $\cos x - 1$; $\cos x + e^x$; $\sin x - 2^x$; $\cos(x+2)$; $\sin(3-x)$; $\cos(x^3)$; $\sin\left(\frac{x}{3}+3\right) + 2^x$; $3\cos 4x - \frac{1}{2x}$; $\frac{3^x}{\sin x}$; $\ln x \cdot \cos 3x$; $\log_3 x \cdot \sin 2x$.

18) Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0: $f(x) = e^{3x-2} - \ln(3x-1)$, $x_0 = \frac{2}{3}$; $f(x) = 2^x - \log_2 x$, $x_0 = 1$; $f(x) = \log_{0,5} x - 3^x$, $x_0 = 1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Исследование функции.

Цель: Научиться вычислять угловой коэффициент касательной и составлять ее уравнение; применять производную для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремумов функций; проведение с помощью производной исследования функции; установление связи свойств функции и производной по их графикам.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найти значения k и b, если прямая $y = kx + b$ проходит через точку $(x_0; y_0)$ и образует с осью Ox угол α: $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $x_0 = -3$, $y_0 = 2$; $\alpha = -\frac{\pi}{6}$, $x_0 = -1$, $y_0 = -1$.

2) Найти угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0: $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$; $f(x) = e^x$, $x_0 = \ln 3$.

3) Найти угол между касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 и осью Ox: $f(x)=\frac{1}{x}$, $x_0=1$; $f(x)=\frac{18}{\sqrt{x}}$, $x_0=3$; $f(x)=\ln(2x+1)$, $x_0=2$.

4) Написать уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0: $f(x)=x-3x^2$, $x_0=2$; $f(x)=\frac{1}{x}$, $x_0=-2$; $f(x)=e^x$, $x_0=0$; $f(x)=\sqrt{x}$, $x_0=1$.

5) Найти промежутки возрастания и убывания функции: $y=5x^2-3x-1$; $y=5x^4-2x^2$; $y=x^2+12x-100$; $y=x^3-6x^2+9$.

6) Найти стационарные точки функции: $y=\frac{x}{2}+\frac{8}{x}$; $y=2x^3-15x^2+36x$; $y=e^{x^2-1}$; $y=e^{2x}-2e^x$; $y=\sin x-\cos x$; $y=\frac{2+x^2}{x}$; $y=\frac{x^2+3}{2x}$; $y=2^{x^2+x}$.

7) Найти точки экстремума функции: $y=3x^2+36x-1$; $y=\frac{x}{5}+\frac{5}{x}$; $y=\frac{4}{x}+\frac{x}{16}$.

8) Найти точки экстремума и значения функции в этих точках: $y=x^4-8x^2+3$; $y=x^3-3x^2$; $y=x+\sin x$; $y=2\cos x+x$.

9) Найти наибольшее и наименьшее значения функции: $f(x)=x^4-8x^2+5$ на отрезке $[-3;2]$; $f(x)=x+\frac{1}{x}$ на отрезке $[-2;-0{,}5]$.

10) Построить график функции: $y=2+3x-x^3$; $y=-x^3+4x^2-4x$; $y=x^3+6x^2+9x$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14

по учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Нахождение первообразной функции и вычисление интегралов.

Цель: Научиться решать задачи на связь первообразной и ее производной, вычислять первообразную для данной функции, научиться применять интеграл для вычисления площадей с помощью формулы Ньютона—Лейбница.

Время выполнения: 90 минут.

1) Показать, что функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$ на всей числовой прямой: $F(x)=\frac{x^6}{6}$, $f(x)=x^5$; $F(x)=\frac{x^5}{5}+1$, $f(x)=x^4$.

2) Найти первообразную функции: $5x^4+2x^3$; $\frac{2}{x^3}-\frac{3}{x}$; $4\sqrt[3]{x}-6\sqrt{x}$; $5\sin x+2\cos x$; $3e^x-\sin x$; $1+3e^x-4\cos x$; $\frac{4}{\sqrt{x}}+\frac{3}{x}-2e^{-x}$; $(x-3)^3$; $\frac{3}{\sqrt[3]{x+3}}$; $\frac{3}{x-3}-2\sin(x-1)$; $\cos(3x+4)$; $\sin\left(\frac{x}{4}+5\right)$; e^{3x-5} ; $\frac{1}{3x-1}$.

3) Найти площадь криволинейной трапеции, ограниченной прямыми $x=a,\ x=b$, осью Ox и графиком функции $y=f(x)$: $a=3,\ b=4,\ f(x)=x^2$; $a=0,\ b=2,\ f(x)=x^3+1$; $a=-\frac{\pi}{6},\ b=0,\ f(x)=\cos x$.

4) Вычислить интеграл: $\int_0^3 x^2dx$; $\int_{-2}^3 2xdx$; $\int_1^2 \frac{1}{x^3}dx$; $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$; $\int_1^e \frac{1}{x}dx$; $\int_0^{\ln 2} e^x dx$; $\int_{-\pi}^{2\pi} \cos x\,dx$; $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x\,dx$; $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin 2x\,dx$; $\int_{-3\pi}^{0} \cos 3x\,dx$; $\int_{-3}^{2}(2x-3)dx$; $\int_{-2}^{-1}(5-4x)dx$;

$\int_{-1}^{2}(1-3x^2)dx$; $\int_{-1}^{1}(x^2+1)dx$; $\int_0^2(3x^2-4x+5)dx$; $\int_0^4(x-3\sqrt{x})dx$; $\int_1^9\left(2x-\frac{3}{\sqrt{x}}\right)dx$; $\int_0^2 e^{3x}dx$; $\int_1^3 2e^{2x}dx$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15

учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

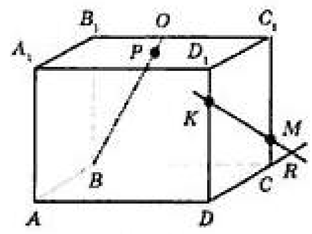
Тема: Аксиомы стереометрии и следствия из них. Параллельность прямых, прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми.

Цель: Закрепить основные понятия и аксиомы стереометрии, использовать их при решении стандартных задач логического характера, научиться изображать точки, прямые и плоскости на проекционном чертеже при различном их взаимном расположении в пространстве; научиться выполнять построение углов между прямыми, прямой и плоскостью; формулировать и приводить доказательства признаков взаимного расположения прямых и плоскостей; применять признаки и

свойства расположения прямых и плоскостей при решении задач; распознавать на чертежах и моделях различных случаев взаимного расположения прямых и плоскостей.

Время выполнения: 90 минут.

1) По рисунку назовите: а) точки, лежащие в плоскости DCC_1 и BQC ; б) плоскости, в которых лежит прямая AA_1; в) точки пересечения прямой MK с плоскостью ABD, прямых DK и BP с плоскостью $A_1B_1C_1$;



г) прямые, по которым пересекаются плоскости AA_1B_1 и ACD, PB_1C_1 и ABC;

д) точки пересечения прямых MK и DC, B_1C_1 и BP, C_1M и DC.

2) Верно ли, что: а) любые три точки лежат в одной плоскости;

б) любые четыре точки лежат в одной плоскости; в) любые четыре точки не лежат в одной плоскости; г) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна?

3) Две прямые пересекаются в точке М. Докажите, что все прямые, не проходящие через точку М и пересекающие данные прямые, лежат в одной плоскости. Лежат ли в одной плоскости все прямые, проходящие через точку М?

4) Верно ли утверждение: а) если две точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежит в этой плоскости; б) если три точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежит в этой плоскости?

5) Две смежные вершины и точка пересечения диагоналей параллелограмма лежат в плоскости α. Лежат ли остальные вершины трапеции в плоскости α? Ответ обоснуйте.

6) Верно ли, что прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она: а) пересекает две стороны треугольника; б) проходит через одну из вершин треугольника?

7) Даны прямая и точка, не лежащая на этой прямой. Докажите, что все прямые, проходящие через данную точку и пересекающие данную прямую, лежат в одной плоскости.

8) Точки A, B, C, D не лежат в одной плоскости. Пересекаются ли плоскости, проходящие через точки A, B, C и A, B, D?

9) Могут ли две плоскости иметь: а) только одну общую точку; б) только две общие точки; в) только одну общую прямую?

10) Три прямые проходят через одну точку. Через каждые две из них проведена плоскость. Сколько всего проведено плоскостей?

11) Точка C лежит на отрезке AB. Через точку A проведена плоскость, а через точки B и C - параллельные прямые, пересекающие эту плоскость соответственно в точках B_1 и C_1. Найти длину отрезка CC_1, если: а) точка C - середина отрезка AB и $BB_1 = 7см$; б) $AC : CB = 3 : 2$ и $BB_1 = 20см$.

12) Точки A и B лежат в плоскости α, а точка C не лежит в этой плоскости. Докажите, что прямая, проходящая через середины отрезков AC и BC, параллельна плоскости α .

13) Точка M не лежит в плоскости прямоугольника ABCD. Докажите, что прямая CD параллельна плоскости ABM.

14) На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки D и E так, что длина отрезка DE равна 5 см и $\frac{BD}{DA} = \frac{2}{3}$. Плоскость α проходит через точки B и C и параллельна отрезку DE. Найти длину отрезка BC.

15) Основание AB трапеции ABCD параллельно плоскости α, а вершина C лежит в этой плоскости. Докажите, что: а) основание CD трапеции лежит в плоскости α ; б) средняя линия трапеции параллельна плоскости α.

16) Прямая m пересекает сторону AB треугольника ABC. Какое взаимное расположение прямых m и BC, если: а) прямая m лежит в плоскости ABC и не имеет общих точек с отрезком AC; б) прямая m не лежит в плоскости ABC.

17) Может ли каждая из двух скрещивающихся прямых быть параллельна третьей прямой? Ответ обоснуйте.

18) Даны параллелограмм ABCD и трапеция ABEK с основанием EK, не лежащие в одной плоскости. а) Выясните взаимное расположение прямых CD и EK.

б) Найдите периметр трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность и $AB = 22{,}5$ см , $EK = 27{,}5$ см.

19) Прямые OB и CD параллельные, а OA и CD - скрещивающиеся прямые. Найдите угол между прямыми OA и CD, если: а) $\angle AOB = 40^0$; б) $\angle AOB = 135^0$; $\angle AOB = 90^0$.

20) Прямая m параллельна диагонали BD ромба ABCD и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что: а) m и AC - скрещивающиеся прямые - и найдите угол между ними; б) m и AD - скрещивающиеся прямые - и найдите угол между ними, если угол ABC равен 128^0 .

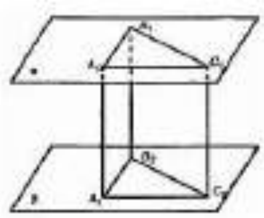
21) Прямая m пересекает плоскость α в точке B. Существует ли плоскость, проходящая через прямую m и параллельная плоскости α ?

22) Плоскости α и β параллельны, прямая m лежит в плоскости α. Докажите, что прямая m параллельна плоскости β.

23) Две стороны треугольника параллельны плоскости α. Докажите, что и третья сторона параллельна плоскости α.

24) Параллельные плоскости α и β пересекают сторону AB угла BAC соответственно в точках A_1 и A_2 , а сторону AC этого угла - соответственно в точках B_1 и B_2 . Найдите: AA_2 и AB_2 , если $A_1A_2 = 2A_1A = 12$ см , $AB_1 = 5$ см .

25) Параллельные отрезки A_1A_2 , B_1B_2 и C_1C_2 заключены между параллельными плоскостями α и β. (см. рис.).



а) Определите вид четырехугольников $A_1B_1B_2A_2$, $B_1C_1C_2B_2$ и $A_1C_1C_2A_2$. б) Докажите, что $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta A_2B_2C_2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №16

учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала

математического анализа; геометрия

Тема: Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.

Цель: Научиться изображать на рисунках перпендикуляры и наклонные к плоскости, углы между прямой и плоскостью и обосновывать построения; определять и вычислять расстояния в пространстве; описывать расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве; формулировать и доказывать основные теоремы о расстояниях; отработать определение двугранного угла и его характеристику (линейный угол), по аналогии с плоским углом; научиться строить линейный угол двугранного угла; воспроизводить доказательство признака и свойств перпендикулярных плоскостей на основе понятия двугранного угла.

Время выполнения: 90 минут.

1) Точки A, M и O лежат на прямой, перпендикулярной к плоскости α, а точки O, B, C и D лежат в плоскости α. Какие из следующих углов являются прямыми: $\angle AOB, \angle MOC, \angle DAM, \angle DOA, \angle BMO$?

2) Прямая OA перпендикулярна плоскости OBC, и точка O является серединой отрезка AD. Докажите, что: а) AB=DB; б) AB=AC, если OB=OC; в) OB=OC, если AB=AC.

3) Прямая CD перпендикулярна к плоскости правильного треугольника ABC. Через центр O этого треугольника проведена прямая OK, параллельная прямой CD. Известно, что AB=$16\sqrt{3}$ см, OK=12 см, CD=16 см. Найдите расстояния от точек D и K до вершин A и B треугольника.

4) Прямая PQ параллельна плоскости α. Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α, которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1. Докажите, что $\mathrm{PQ} = P_1Q_1$.

5) Прямая MB перпендикулярна к сторонам AB и BC треугольника ABC. Определите вид треугольника MBD, где D - произвольная точка прямой AC.

6) В треугольнике ABC сумма углов A и B равна 90^0. Прямая BD перпендикулярна к плоскости ABC. Докажите, что CD$\perp$AC.

7) Из некоторой точки проведены к плоскости две наклонные. Докажите, что:
а) если наклонные равны, то равны и их проекции; б) если проекции наклонных равны, то равны и наклонные; в) если наклонные не равны, то большая наклонная имеет большую проекцию.

8) Концы отрезка отстоят от плоскости α на расстояниях 1 см и 4 см. Найдите расстояния от середины данного отрезка до плоскости α.

9) Из точки M проведен перпендикуляр MB к плоскости прямоугольника ABCD. Докажите, что треугольники AMD и MCD прямоугольные.

10) Прямая AK перпендикулярна к плоскости правильного треугольника ABC, а точка M - середина стороны BC. Докажите, что MK$\perp$BC.

11) Отрезок AD перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника ABC. Известно, что AB=AC=5 см, BC=6 см, AD=12 см. Найдите расстояния от концов отрезка AD до прямой BC.

12) Через вершину A прямоугольника ABCD проведена прямая AK, перпендикулярная к плоскости прямоугольника. Известно, что KD=6 см, KB=7 см, KC=9 см. Найдите: а) расстояние от точки K до плоскости прямоугольника ABCD; б) расстояние между прямыми AK и CD.

13) Прямая BD перпендикулярна к плоскости треугольника ABC. Известно, что BD=9 см, AC=10 см, BC=BA=13 см. Найдите: а) расстояние от точки D до прямой AC; б) площадь треугольника ACD.

14) Через вершину прямого угла C равнобедренного прямоугольного треугольника ABC проведена прямая CM, перпендикулярная к его плоскости. Найдите расстояние от точки M до прямой AB, если AC=4 см, а CM=$2\sqrt{7}$ см.

15) Наклонная АМ, проведенная из точки А к данной плоскости, равна d. Чему равна проекция этой наклонной на плоскость, если угол между прямой АМ и данной плоскостью равен: $60^0; 30^0$.

16) Под углом φ к плоскости α проведена наклонная. Найдите φ, если известно, что проекция наклонной вдвое меньше самой наклонной.

17) Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки А проведен перпендикуляр АВ к прямой MN и из той же точки А проведен перпендикуляр АС к плоскости α. Докажите, что $\angle ABC$ - линейный угол двугранного угла AMNC.

18) Двугранный угол равен φ. На одной грани этого угла лежит точка, удаленная на расстояние d от плоскости другой грани. Найдите расстояние от этой точки до ребра двугранного угла.

19) Катет АС прямоугольного треугольника АВС с прямым углом С лежит в плоскости α, а угол между плоскостями α и АВС равен 60^0. Найдите расстояние от точки В до плоскости α, если АС=5 см, АВ=13 см.

20) Докажите, что плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.

21) Общая сторона АВ треугольника АВС и ABD равна 10 см. Плоскости этих треугольников взаимно перпендикулярны. Найдите CD, если треугольники:

а) равносторонние; б) прямоугольные равнобедренные с гипотенузой АВ.

22) Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 8, 9, 12; $\sqrt{39}$, 7, 9.

23) Ребро куба равно а. Найдите диагональ куба.

24) Найдите расстояние от вершины куба до плоскости любой грани, в которой не лежит эта вершина, если:

а) диагональ грани куба равна m; б) диагональ куба равна d.

25) Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите следующие двугранные углы:

а) ABB_1C б) ADD_1B

в) A_1BB_1K , где К - середина ребра A_1D_1 .

26) Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что плоскости ABC_1 и A_1B_1D перпендикулярны.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №17

учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Призма и пирамида.

Цель: Научиться изображать куб, прямоугольный параллелепипед, призму и пирамиду, выполнять рисунки по условиям задач; вычислять линейные элементы и углы куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, аргументировать своих суждения; характеризовать и изображать сечения, развертки многогранников, вычислять площади боковой и полной поверхностей куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды; применять свойства симметрии при решении задач

Время выполнения: 90 минут.

1) Основанием прямоугольного параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.

2) Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.

3) Через два противолежащих ребра куба проведено сечение, площадь которого равна $64\sqrt{2}$ см^2. Найдите ребро куба и его диагональ.

4) Диагональ правильной четырехугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 60^0. Найдите площадь сечения, проходящего через сторону нижнего основания и противолежащую сторону верхнего основания, если диагональ основания равна $4\sqrt{2}$ см.

5) В правильной четырехугольной призме через диагональ основания проведено сечение параллельно диагонали призмы. Найдите площадь сечения, если сторона основания призмы равна 2 см, а ее высота равна 4 см.

6) В правильной четырехугольной призме сторона основания равна 12 дм и высота равна 8 дм. Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы.

7) Основание прямой призмы - треугольник со сторонами 5 см и 3 см и углом в 120^0 между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна $35\ см^2$. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

8) Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей равна 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если высота ее проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.

9) Основанием пирамиды является квадрат, одно из боковых ребер перпендикулярно к плоскости основания. Плоскость боковой грани, не проходящей через высоту пирамиды, наклонена к плоскости основания под углом 45^0. Наибольшее боковое ребро равно 12 см. Найдите: а) высоту пирамиды; б) площадь боковой поверхности пирамиды.

10) Основанием пирамиды DABC является треугольник ABC, у которого AB=AC=13 см, BC=10 см; ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

11) Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник ABC, у которого гипотенуза AB равна 29 см, а катет AC равен 21 см. Боковое ребро DA перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

12) Основанием пирамиды является треугольник со сторонами 12 см, 10 см и 10 см. Каждая боковая грань пирамиды наклонена к основанию под углом 45^0. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

13) Основанием пирамиды DABC является равнобедренный треугольник ABC, в котором стороны AB и AC равны, BC=6 см, высота AH равна 9 см. Известно также, что DA= DB= DC=13 см. Найдите высоту пирамиды.

14) Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды образует угол в 60^0 с плоскостью основания. Найдите площадь поверхности пирамиды, если боковое ребро равно 12 см.

15) Высота треугольной пирамиды равна 40 см, а высота каждой боковой грани, проведенная из вершины пирамиды, равна 41 см. а) Докажите, что высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в ее основание. б) Найдите площадь основания пирамиды, если его периметр равен 42 см.

16) Основанием пирамиды DABC является прямоугольный треугольник с гипотенузой BC. Боковые ребра пирамиды равны друг другу, а ее высота равна 12см. Найдите боковое ребро пирамиды, если BC=10 см.

17) В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60^0. Найдите боковое ребро пирамиды.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №18

учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Цилиндр. Конус. Сфера и шар.

Цель: Научиться изображать цилиндр и конус, выполнять рисунки по условиям задач; вычислять линейные элементы и углы цилиндра и конуса, площади боковой и полной поверхностей, изображению простейших сечений аргументировать своих суждения; характеризовать и изображать сечения, развертки.

Время выполнения: 90 минут.

1) Докажите, что осевое сечение цилиндра является прямоугольником, две противоположные стороны которого - образующие, а две другие - диаметры оснований цилиндра. Найдите диагональ осевого сечения, если радиус цилиндра равен 1,5 м, а высота равна 4 м.

2) Осевое сечение цилиндра - квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) радиус цилиндра; в) площадь основания цилиндра.

3) Осевые сечения двух цилиндров равны. Верно ли, что высоты двух цилиндров равны, если равны их осевые сечения?

4) Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания равен 10 см. Цилиндр пересечен плоскостью, параллельной его оси, так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от оси цилиндра до секущей плоскости.

5) Высота цилиндра равна 10 дм. Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра и удаленной на 9 дм от нее, равна $240\ дм^2$. Найдите радиус цилиндра.

6) Диаметр основания цилиндра равен 1 м, высота цилиндра равна длине окружности основания. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

7) Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.

8) Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом 45^0 ; 60^0. Найдите площадь основания конуса.

9) Осевое сечение конуса - правильный треугольник со стороной 2r. Найдите площадь сечения, проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен: 45^0 ; 60^0.

10) Найдите дугу сектора, представляющего собой развертку боковой поверхности конуса, если образующая конуса составляет с плоскостью основания угол в 60^0.

11) Найдите угол при вершине осевого сечения конуса, если разверткой его боковой поверхности является сектор с дугой, равной: 90^0 ; 60^0.

12) Угол между образующей и осью конуса равен 45^0 , образующая равна 6,5 см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

13) Прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см вращается вокруг меньшего катета. Вычислите площади боковой и полной поверхностей образованного при этом вращении конуса.

14) Точки А и В лежат на сфере с центром $O \notin AB$, а точка М лежит на отрезке АВ. Докажите, что если $OM \perp AB$, то М - середина отрезка АВ.

15) Точка М - середина отрезка АВ, концы которого лежат на сфере радиуса R с центром О. Найдите: а) ОМ, если R=15 мм, АВ=18 мм; б) АВ, если R=10 дм, ОМ=60 см.

16) Напишите уравнение сферы радиуса R с центром А, если:

а) $A(0;0;0), R=\sqrt{2}$; б) $A(2;0;0), R=4$.

17) Напишите уравнение сферы с центром А, проходящей через точку N, если:

а) $A(-2;2;0), N(0;0;0)$; б) $A(0;0;0), N(5;3;1)$.

18) Найти координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением: $(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=2$

19) Шар радиуса 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найдите площадь сечения.

20) Найдите площадь сферы, радиус которой равен: а) 2 дм; б) $\sqrt{2}$ м; в) $2\sqrt{3}$ см.

21) Площадь сечения сферы, проходящего через ее центр, равна 9 $м^2$. Найдите площадь сферы.

22) Площадь сферы равна 324 $см^2$. Найдите радиус сферы.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №19

учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Объемы тел.

Цель: Научиться вычислять объемы пространственных тел, решать задачи на применение формул вычисления объемов; изучить формулы для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения; ознакомиться с методом вычисления площади поверхности сферы.

Время выполнения: 90 минут.

1) Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны a и b, а высота равна h, если: а) a=$3\sqrt{2}$,b=$\sqrt{5}$, h=$10\sqrt{10}$; б) a=18, b=$5\sqrt{3}$, h=13 ; в) a=$3\frac{1}{3}$,b=$\sqrt{5}$, h=$0{,}96$.

2) Найдите объем куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $AC_1 = 3\sqrt{2}$ м.

3) Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. Найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда.

4) Найти объем прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle BAC = 90^0$, BC=37 см, AB=35 см, $AA_1 = 1{,}1$ дм.

5) Найдите объем объём прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $\angle BAC = 120^0$, AC=3 см, AB=5 см и наибольшая из площадей боковых граней равна 35 $см^2$.

6) Пусть V, r и h соответственно объем, радиус и высота цилиндра. Найдите:
а) V, если r=$2\sqrt{2}$ см, h=3 см; б) r , если V= $120\ см^3$, h=3,6 см.

7) Найдите объем наклонной призмы, у которой основанием является треугольник со сторонами 10 см,10 см и 12 см, а боковое ребро, равное 8 см, составляет с плоскостью основания угол в 60^0.

8) Найдите объем пирамиды с высотой h, если: а) h=2 м, а основанием служит квадрат со стороной 3 м; б) h=2,2 м, а основанием служит треугольник ABC, в котором AB=20 см, BC=13,5 см, $\angle ABC = 30^0$.

9) Найдите объем правильной треугольной пирамиды, высота которой равна 12 см, а сторона основания равна 13 см.

10) Основание пирамиды-равнобедренный треугольник ABC, в котором AB=BC=13 см, AC=10 см. Каждое боковое ребро пирамиды образует с ее высотой угол в 30^0. Вычислите объем пирамиды.

11) Пусть V, r и h соответственно объем, радиус основания и высота конуса. Найдите: а)V, если r=$1{,}5$ см, h=3 см; б) h , если V= $48\pi\ см^3$, r=4 см.

12) Радиусы оснований усеченного конуса равны 3 м и 6 м, а образующая равна 5 м. Найдите объем усеченного конуса.

13) Пусть V - объем шара радиуса R, а S - площадь его поверхности. Найдите:

а) S и V, если R=4 см ;   б) R и S , если V= $113{,}04\ см^3$;   в) R и V, если S=$64\pi\ см^2$.

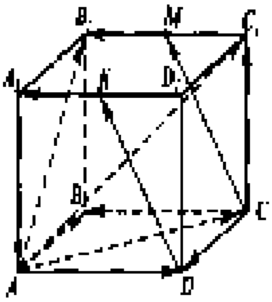
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №20

учебной дисциплине ПД.03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия

Тема: Векторы.

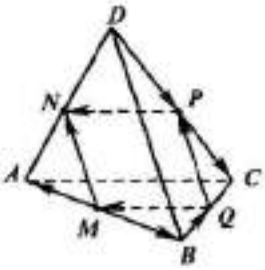
Цель: Научиться находить координаты вектора в пространстве, координаты середины отрезка, скалярное произведение, длину вектора, расстояний между точками, раскладывать векторы в трехмерном пространстве, складывать и вычитать векторы, вычислять величины углов.

Время выполнения: 90 минут.



1) В тетраэдре ABCD точки M, N, K - середины ребер AC, BC, AC соответственно, AB=3 см, BC= 4 см, BD=5 см. Найдите длины векторов: $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{KN}$.

2) Измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ имеют длины: AD=8 см, AB=9 см и $AA_1 = 12$ см. Найдите длины векторов: $\overrightarrow{DC_1}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DB_1}$.



3) На рисунке изображен параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки M и K - середины ребер B_1C_1 и A_1D_1. Укажите на этом рисунке все пары: а) сонаправленных векторов;

б) противоположно направленных векторов;

в) равных векторов.

4) Справедливо ли утверждение: а) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, коллинеарны между собой; б) два вектора, сонаправленные с ненулевым вектором, сонаправлены; в) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, сонаправлены?

5) На рисунке изображен тетраэдр $ABCD$, ребра которого равны. Точки M, N, P и Q - середины сторон AB, AD, DC, BC. а) Выпишите все пары равных векторов, изображенных на этом рисунке; б) Определите вид четырехугольника MNPQ.

6) Назовите все векторы, образованные ребрами параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, которые: а) противоположны вектору $\overrightarrow{CB}$; б) противоположны вектору $\overrightarrow{B_1A}$; в) равны вектору $-\overrightarrow{DC}$; г) равны вектору $-\overrightarrow{A_1B_1}$.

7) В пространстве даны четыре точки A, B, C и D. Назовите вектор с началом и концом в данных точках, равных сумме векторов: а) $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DC})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})$; б) $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})+\overrightarrow{DC}$.

8) Упростите выражение: а) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{NM}$;
б) $\overrightarrow{FK}+\overrightarrow{MQ}+\overrightarrow{KP}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{QK}+\overrightarrow{PF}$ в) $\overrightarrow{KM}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{FK}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MP}$;
г) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{NM}$.

9) Упростите выражение: а) $\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{EP}+\overrightarrow{KD}-\overrightarrow{KA}$; б) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{EK}-\overrightarrow{EP}-\overrightarrow{MD}$;
в) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{PM}-\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{BM}$.

10) Диагонали куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке O. Найдите число k такое, что: а) $\overrightarrow{AC_1}=k\cdot\overrightarrow{AO}$; б) $\overrightarrow{OB_1}=k\cdot\overrightarrow{B_1D}$.

11) Упростите: а) $2(\vec{m}+\vec{n})-3(4\vec{m}-\vec{n})+\vec{m}$; б) $\vec{m}-3(\vec{n}-2\vec{m}+\vec{p})+5(\vec{p}-4\vec{m})$.

12) Даны точки $A(3;-1;0)$, $B(0;0;-7)$, $C(2;0;0)$, $D(-4;0;3)$, $E(0;-1;0)$, $F(1;2;3)$, $G(0;5;-7)$, $H(-\sqrt{5};\sqrt{3};0)$. Какие из этих точек лежат на: а) оси ординат; б) оси аппликат; в) плоскости Oxy; г) плоскости Oyz.

13) Найдите координаты проекций точек $B(2;-3;5)$, $C\left(-\sqrt{3};-\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$ на: а)координатные плоскости Oxz, Oxy, Oyz; б) оси координат Ox, Oy, Oz.

14) Запишите координаты векторов: $\vec{b}=-5\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{c}=\vec{i}-\vec{j}$, $\vec{d}=\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{m}=\vec{k}-\vec{i}$, $\vec{n}=0{,}7\vec{k}$.

15) Даны векторы $\vec{b}\{-3;-1;0\}$, $\vec{c}\{0;-1;0\}$, $\vec{d}\{0;0;0\}$. Запишите разложения этих векторов по координатным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

16) Даны векторы: $\vec{a}\{3;-5;2\}$, $\vec{b}\{0;7;-1\}$, $\vec{c}\left\{\frac{2}{3};0;0\right\}$, $\vec{d}\{-2{,}7;3{,}1;0{,}5\}$. Найдите координаты векторов: а) $\vec{a}+\vec{c}$; б) $\vec{b}-\vec{c}$; в) $\vec{d}+\overline{b-\vec{c}}$; г) $\overline{3\vec{d}}+\overline{2\vec{a}}$; д) $\overline{5\vec{a}}-2\vec{b}+\vec{c}$; е) $\vec{b}-2\vec{a}+3\vec{d}$; ж) $\overline{5a}-2\vec{b}+\vec{c}+3\vec{d}$.

17) Коллинеарны ли векторы: а) $\vec{i}\{1;0;0\}$ и $\vec{j}\{0;1;0\}$; б) $\vec{m}\{0;0;0\}$ и $\vec{n}\{5;7;-3\}$; в) $\vec{p}\left\{\frac{1}{3};-1;5\right\}$ и $\vec{q}\{-1;-3;-15\}$?

18) Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$,если: а) $A(3;-1;2)$, $B(2;-1;4)$; б) $A(-2;6;-2)$, $B(3;-1;0)$

19) Точка М - середина АВ. Найдите координаты: а) точки В, если $A(14;-8;5)$, $M(3;-2;-7)$; б) точки А, если $B(0;0;2)$, $M(-12;4;15)$.

20) Найдите длину вектора: а) $\overrightarrow{AB}$, если $A(-35;-17;20)$, $B(-34;-5;8)$; б) $\vec{a}\{5;-1;7\}$; в) $\vec{b}\{2\sqrt{3};-6;1\}$; г) $\vec{c}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$; д) $\vec{d}=-2\vec{k}$; е) $\vec{m}=\vec{i}-2\vec{j}$.

21) Даны векторы $\vec{a}\{1;-1;2\}$, $\vec{b}\{-1;1;1\}$, $\vec{c}\{5;6;2\}$. Вычислите $\vec{a}\cdot\vec{c}$, $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{b}\cdot\vec{c}$, $\vec{a}\cdot\vec{a}$, $\sqrt{\vec{b}\cdot\vec{b}}$.

22) Даны векторы: $\vec{a}\{3;-1;1\}$, $\vec{b}\{-5;1;0\}$, $\vec{c}\{-1;-2;1\}$. Выясните, какой угол (острый, прямой или тупой) между векторами: а) $\vec{b}$ и $\vec{c}$ б) $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

23) Вычислите угол между векторами: а) $\vec{a}\{\sqrt{2};\sqrt{2};2\}$, $\vec{b}\{-3;-3;0\}$; б) $\vec{a}\{0;5;0\}$, $\vec{b}\{0;-\sqrt{3};1\}$; в) $\vec{a}\{-2{,}5;2{,}5;0\}$, $\vec{b}\{-5;5;5\sqrt{2}\}$; г) $\vec{a}\{-\sqrt{2};-\sqrt{2};-2\}$, $\vec{b}\left\{\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2};-1\right\}$.

24) Даны точки $A(1;3;0)$, $B(2;3;-1)$, $C(1;2;-1)$. Вычислите угол между векторами $\overrightarrow{CA}$ и $\overrightarrow{CB}$.

25) Известно, что $\vec{a}\,\widehat{\ }\,\vec{c}=\vec{b}\,\widehat{\ }\,\vec{c}=60^0$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=|\vec{c}|=2$. Вычислите $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}$.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10-11 кл. - М.: Просвещение, 2021.

2. Вернер А.Л. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10 кл. и 11 кл. - М.: Просвещение, 2021.

Дополнительная:

3. Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине ПД. 03 Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия, 2021 г.

4. Методические указания и контрольные задания для студентов заочной формы обучения по учебной дисциплине ПД. 03 Математика: алгебра и начала анализа; геометрия, 2021 г.

5. Фонд оценочных средств по учебной дисциплине ПД. 03 Математика: алгебра и начала анализа; геометрия, 2021 г.

Рекомендуемые интернет - ресурсы:

6. http://mathprofi.ru/ - вся математика в одном месте. Это математический портал, на котором вы найдете любой материал по математическим дисциплинам.