ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ

«Владивостокский морской рыбопромышленный колледж»
федерального государственного бюджетного образовательного
учреждения высшего образования

«Дальневосточный государственный технический
рыбохозяйственный университет»

(«ВМРК» ФГБОУ ВО «ДАЛЬРЫБВТУЗ»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ПД.01 МАТЕМАТИКА

ДЛЯ ВСЕХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Владивосток
2022

ОДОБРЕНЫ
Цикловой комиссией
естественнонаучных и
математических дисциплин
Председатель:
_________ Волошина С.В.
(подпись)
Протокол №1 от 01.09.2022 г.

Авторы:
преподаватели «ВМРК» ФГБОУ ВО «Дальрыбвтуз»

Волошина С.В.	___________ *подпись*
Осипова О.А.	___________ *подпись*
Романова Г.Н.	___________ *подпись*

Методические указания и контрольные задания для студентов заочного обучения составлены в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины ПД. 01 Математика, утвержденной зам. начальника колледжа по УВР 01.09.22 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В современной науке и технике математические методы исследования, моделирования и проектирования играют большую роль. Это обусловлено также быстрым совершенствованием компьютерной техники, которая расширяет возможности применения математики при решении конкретных задач.

Общий курс математики является основой математического образования студента, имеющей большое значение для успешного изучения общетеоретических и специальных дисциплин, которые предусмотрены учебными планами различных специальностей.

Методические указания и контрольные задания предназначены для студентов заочной формы обучения. Цель преподавания математики - ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач; привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и её приложениям; развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных вопросов и умение перевести задачу на математический язык.

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМИ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина Математика входит в цикл общеобразовательных дисциплин. Цели и задачи учебной дисциплины:

1. формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;

2. развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

3. овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения смежных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

4. воспитание средствами математики культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей.

Личностные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

- сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, идеях и методах математики;
- понимание значимости математики для научно-технического прогресса;
- сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к

непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

- готовность и способность к самостоятельной творческой и ответственной деятельности;
- готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

- умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
- умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;
- владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;
- готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

- владение языковыми средствами: умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;
- владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств для их достижения;
- целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира.

Предметные результаты освоения основной образовательной программы должны отражать:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и месте математики в современной цивилизации, способах описания явлений реального мира на математическом языке;
- сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах;
- сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;
- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

Основным видом работы студента заочной формы обучения является самостоятельная работа над учебным материалом; она складывается из изучения учебной литературы, решения задач, выполнения контрольных заданий. В помощь студентам колледж организует чтение лекций, практические занятия и консультации. Однако студент должен помнить, что только при систематической и упорной самостоятельной работе помощь колледжа будет достаточно эффективной.

Завершающим этапом изучения отдельных частей курса математики является сдача зачетов и экзаменов в соответствии с учебным планом.

1. Изучение учебной литературы

1. Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, проделывая на бумаге все вычисления, воспроизводя имеющиеся в учебнике чертежи.

2. Изучая материал учебной литературы, полезно вести краткий конспект, в который рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и т.п.

3. Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте

подчеркивать или обводить рамкой, чтобы они выделялись и лучше запоминались. Опыт показывает, что многим студентам помогает в работе составление листа, содержащего важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы курса. Такой лист не только помогает запомнить формулы, но и может служить постоянным справочником для студента.

2. Решение задач

1. Изучение учебной литературы должно сопровождаться решением задач, для чего рекомендуется завести специальную тетрадь.

2. Решение задач и примеров следует записывать подробно, вычисления должны располагаться в строгом порядке, при этом рекомендуется отделять вспомогательные вычисления от основных.

3. Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из сути данной задачи. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.

4. Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

3. Самопроверка

После изучения определенной темы и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, формулы, формулировки теорем, проверяя себя каждый раз по учебнику.

Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад и повторить плохо усвоенный раздел.

4. Консультации

Если в процессе работы над изучением теоретического материала или при решении задач у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удается, он может обратиться к преподавателю для получения от него консультации.

5. Контрольная работа

1. В процессе изучения математических курсов студент должен выполнить ряд контрольных работ, главная цель которых - оказать студенту помощь в освоении дисциплины.

2. Не следует приступать к выполнению контрольного задания до решения достаточного количества задач по материалу, соответствующему этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу контрольного задания вызвано тем, что студент не выполнил это требование.

3. Контрольные работы должны выполняться самостоятельно. Работа, выполненная другим лицом, не дает возможности преподавателю-рецензенту указать студенту на недостатки в его работе, в усвоении им учебного материала, в результате чего студент не приобретает необходимых знаний и может оказаться неподготовленным к устному экзамену.

4. Контрольные работы должны быть высланы в университет не позднее, чем за месяц до начала сессии. Студенты, вовремя не выполнившие контрольные работы, к экзамену или зачету допускаются по усмотрению преподавателя.

5. Прорецензированные контрольные работы вместе со всеми исправлениями и дополнениями, сделанными по требованию рецензента, следует сохранять. В период сессии студент обязан представить зачтенные работы и защитить их, решая самостоятельно подобные задачи.

ПРОГРАММА КУРСА МАТЕМАТИКИ

Раздел 1. Действительные числа.
Степени с натуральными, целыми, рациональными показателями и их свойства. Арифметический корень натуральной степени. Свойства корней.
Раздел 2. Степенная функция.
Степенная функция, ее свойства и график. Равносильность уравнений и неравенств. Иррациональные уравнения и неравенства.
Раздел 3. Показательная функция.
Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения и неравенства.
Раздел 4. Логарифмическая функция.

Логарифмы и их свойства. Десятичные и натуральные логарифмы. Число е. Формула перехода к новому основанию. Преобразование логарифмических выражений. Логарифмическая функция, ее свойства и график. Логарифмические уравнения и неравенства.
Раздел 5. Тригонометрические формулы.
Радианная мера угла. Определение синуса, косинуса и тангенса угла. Знаки синуса, косинуса и тангенса угла. Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла. Тригонометрические тождества. Синус, косинус и тангенс углов α и -α. Формулы сложения. Формулы двойного угла. Формулы половинного угла. Сумма и разность синусов, косинусов. Решение тригонометрических уравнений разных видов. Решение простейших тригонометрических неравенств.
Раздел 6. Тригонометрические функции.
Область определения, множество значений, четность и нечетность тригонометрических функций. Тригонометрическая функция y=sinx, ее свойства и график. Тригонометрическая функция y=cosx, ее свойства и график. Тригонометрическая функция y=tgx, ее свойства и график.
Раздел 7. Комбинаторика.
Правило произведения. Перестановки и размещения. Сочетания и их свойства.
Раздел 8. Элементы теории вероятностей.
События. Комбинации событий. Противоположное событие. Вероятность события. Сложение вероятностей. Независимые события. Умножение вероятностей. Статистическая вероятность.
Раздел 9. Начало математического анализа.
Производная. Производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования. Производная: её геометрический и физический смысл. Применение производной к построению графиков функций. Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции и интеграл. Вычисление интегралов.
Раздел 10. Прямые и плоскости в пространстве.
Аксиомы стереометрии и следствия из них. Параллельность прямых, прямой и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между двумя прямыми. Параллельность плоскостей. Перпендикулярность прямой и плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей.
Раздел 11. Многогранники.
Понятие многогранника. Призма. Пирамида. Правильная пирамида. Тетраэдр.
Раздел 12. Тела и поверхности вращения.
Цилиндр. Конус. Сфера и шар.
Раздел 13. Объемы тел.
Понятие объема. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, прямой призмы и цилиндра. Объем наклонной призмы, пирамиды, конуса. Объем шара, шарового слоя и шарового сектора, площадь сферы.
Раздел 14. Координаты и векторы.
Векторы в пространстве. Действия над векторами. Координаты точки и координаты вектора. Длина вектора. Расстояние между двумя точками. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Алимов Ш.А. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10-11 кл. - М.: Просвещение, 2022.
2. Вернер А.Л. Математика: алгебра и начала анализа, геометрия. 10 кл. и 11 кл. - М.: Просвещение, 2022.

Дополнительная:

3. Методические указания по проведению практических работ по учебной дисциплине ПД. 01 Математика, 2022 г.
4. Фонд оценочных средств по учебной дисциплине ПД. 01 Математика, 2022 г.

Рекомендуемые интернет - ресурсы:

5. http://mathprofi.ru/ - вся математика в одном месте. Это математический портал, на котором вы найдете любой материал по математическим дисциплинам.

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ.

При выполнении контрольной работы надо придерживаться указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не зачитываются и возвращаются студенту для переработки.

1. Студент должен выполнить контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой его учебного номера (шифра). Вариант контрольной работы, выполненный не по своему варианту, не зачитываются.

2. Контрольную работу следует выполнять в тонкой тетради шариковой ручкой синего цвета, оставляя поля для замечаний рецензента, или с помощью компьютера.

3. Титульный лист контрольной работы оформляется по установленному образцу (Приложение 1).

4. Решения задач надо располагать в порядке номеров, указанных в

заданиях, сохраняя номера задач.

5. Перед решением каждой надо выписать полностью ее условие. Решения задач излагать подробно и записывать аккуратно, объясняя все действия и делая необходимые чертежи.

6. После получения незачётной работы студент должен исправить в ней все отмеченные рецензентом ошибки и недостатки. В связи с этим рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для исправлений и дополнений.

7. Выполнение и защита контрольной работы является обязательным условием для сдачи экзамена.

Критерии оценивания:

Количество правильных ответов	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
10 заданий	5	отлично
8-9 заданий	4	хорошо
5-7 заданий	3	удовлетворительно
менее 5 заданий	2	неудовлетворительно

В комплекте - 10 вариантов контрольных работ.

К комплекту вариантов контрольных работ прилагаются разработанные преподавателем и утвержденные на заседании цикловой комиссии оценки по дисциплине.

Критерии оценки:

оценка «отлично» выставляется студенту, если верно выполнены 10 заданий, приведено полное решение и студент ответил на дополнительные вопросы преподавателя;

оценка «хорошо», если верно выполнены 8-9 заданий, приведено полное решение и студент ответил на дополнительные вопросы преподавателя; если верно выполнены 10 заданий, но имеются неточности и студент ответил не на все дополнительные вопросы преподавателя;

оценка «удовлетворительно», если верно выполнены 5-7 заданий, приведено полное решение и студент ответил на дополнительные вопросы преподавателя; если верно выполнены 8-10 заданий, но часть решений и формул не приведены или записаны неправильно, студент не ответил на дополнительные вопросы преподавателя;

оценка «неудовлетворительно» если верно выполнены менее 5 заданий.

ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ (НУЛЕВОЙ) ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ, МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ.

Вариант 0.

1. Вычислить: 1) $\sqrt[3]{8 \cdot 0{,}125 \cdot 2\frac{10}{27}} \cdot \frac{3}{8}$ 2) $\log_3 243$

3) $\cos\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} + \mathrm{tg}^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_5 x = 2$ 2) $\cos x = \frac{1}{2}$ 3) $2x^3 = 4$ 4) $7^{x-1} = 49$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 3^x$ 2) $y = \log_7 x$ 3) $y = \sqrt[4]{x}$

4) $y = \frac{1}{x-2}$ 5) $y = \mathrm{tg}\, x$.

4. Вычислить: 1) A_9^5 2) C_9^8 .

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или валет черной масти или туз.

6. Найти $y^{/}(-1)$, если $y = x^2$.

7. Найти $\int_0^2 3x^2\, dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=10 см, BC=8 см. Найти $\cos$ A .

9. Объем куба 1 см^3. Все ребра куба увеличили в 2 раза. Найдите объем нового куба.

10. Площадь поверхности шара 35 см^2. Радиус шара увеличили в 2 раза. Найдите площадь поверхности нового шара.

Методические указания и правила выполнения к 1 заданию:

Степень с натуральным показателем.

Степенью числа a с натуральным показателем n ($n > 1$) называется произведение n сомножителей, каждый из которых равен a:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{раз}},\ a^1 = a.$$

Свойства степеней с натуральным показателем:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2. $a^m : a^n = \begin{cases} a^{m-n}, m > n \\ 1, m = n, (a \neq 0) \\ \frac{1}{a^{n-m}}, n > m, (a \neq 0) \end{cases}$

3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $, b \neq 0$

6. $(-a)^n = \begin{cases} a^n, n = 2k \\ -a^n, n = 2k+1 \end{cases}$.

Степень с целым показателем.

Если $a \neq 0$, то $a^0 = 1$. Выражение 0^0не имеет смысла.

Если $a \neq 0$, и n – натуральное, то $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Выражение 0^{-n} не имеет смысла.

Свойство 2 степени с натуральным показателем можно записать, используя понятие степени с нулевым и целым отрицательным показателем, в виде:

$\frac{a^m}{b^n} = a^{m-n}, a \neq 0.$

Остальные свойства имеют ту же запись.

Арифметический корень -й степени.

Арифметическим корнем -й степени из неотрицательного числа называется неотрицательное число b, n-степень которого равна a.

Подкоренное выражение корня четной степени, больше либо равно 0.

Свойства арифметического корня:

1. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot k]{a^k}, (a \geq 0)$

2. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, (a \geq 0, b \geq 0)$

3. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, (a \geq 0, b > 0)$

4. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}, (a \geq 0, m -$ натуральное число$)$

5. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}, (a \geq 0, m, n -$ натуральные числа$, m \geq 2, n \geq 2)$.

Степень с рациональным показателем.

Свойства степеней с рациональным показателем имеют ту же запись, что и свойства степеней с натуральным показателем.

Если $a > 0$ и $\frac{m}{n}$ - рациональное число, представленное дробью, где m – целое, и $n \geq 2$ – натуральное число, то: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Таблица степеней натуральных чисел от 1 до 10:

	1^n	2^n	3^n	4^n	5^n	6^n	7^n	8^n	9^n	10^n
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
4	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561	10000
5	1	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049	100000
6	1	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441	1000000
7	1	128	2187	16384	78125	279936	823543	2097152	4782969	10000000
8	1	256	6561	65536	390625	1679616	5764801	16777216	43046721	100000000
9	1	512	19683	262144	1953125	10077696	40353607	134217728	387420489	1000000000
10	1	1024	59049	1048576	9765625	60466176	282475249	1073741824	3486784401	10000000000

Логарифм положительного числа b по основанию a (обозначается $\log_a b$) — это показатель степени, в которую надо возвести a, чтобы получить b.

$b > 0, a > 0, a \neq 1, \log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b, \log_a a^x = x.$

Десятичный логарифм— логарифм с основанием 10, который обозначается как lg.

Натуральный логарифм — логарифм с основанием e, обозначается ln.

Свойства логарифмов:

1. $a^{\log_a b} = b$ - Основное логарифмическое тождество.

2. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

3. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

4. $\log_a b^m = m \log_a b$

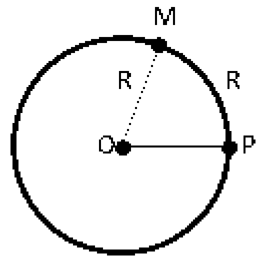
5. $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$

6. $\log_{a^n} b^n = \log_a b$

7. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ - Формула перехода к новому основанию.

8. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Радианная мера угла.



Наравне с градусной мерой угла используется радианная. Возьмем на координатной плоскости окружность с центром в точке O и радиусом R. Отметим на ней дугу PM, длина которой равна R и $\angle POM$.

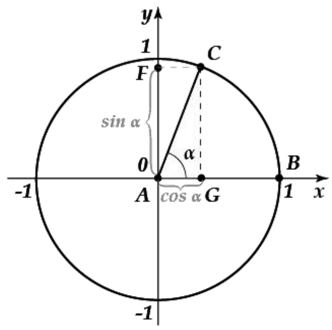
$\pi \approx 3{,}14$, 1 рад $\approx 57{,}3^0$.

Обычно при обозначении меры угла в радианах наименование «рад» опускают.

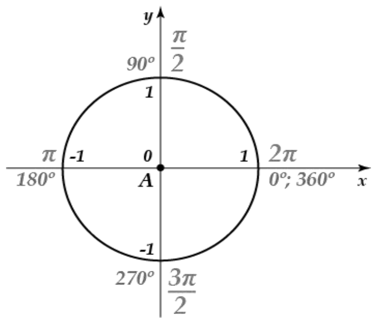
Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности, называется углом в 1 радиан.

1 рад $= \left(\frac{180^0}{\pi}\right)$, $1^0 = \frac{\pi}{180}$ рад.

Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса.



Дадим определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла поворота α с позиций тригонометрии. Пусть начальная точка $B(1{,}0)$ при повороте на угол α около точки A переходит в точку $C(x, y)$.



Синус угла поворота α- это ордината точки $C(x, y)$, то есть, $\sin \alpha = y$. Косинусом угла α называют абсциссу точки $C(x, y)$, то есть, $\cos \alpha = x$.

Тангенс угла α - это отношение ординаты точки $C(x, y)$ к ее абсциссе, то есть,$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{y}{x}$.

Котангенсом угла поворота α называют отношение абсциссы точки $C(x, y)$ к ее ординате, то есть, $\mathrm{ctg}\ \alpha = \frac{x}{y}$.

Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$:

$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$

$\mathrm{tg}\ (-\alpha) = -\mathrm{tg}\ \alpha$

$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$

Таблица значений углов тригонометрических функций:

$\boldsymbol{\alpha}$	$\mathbf{0^0}$	$\mathbf{30^0}$	$\mathbf{45^0}$	$\mathbf{60^0}$	$\mathbf{90^0}$	$\mathbf{120^0}$	$\mathbf{135^0}$	$\mathbf{150^0}$	$\mathbf{180^0}$	$\mathbf{210^0}$	$\mathbf{225^0}$	$\mathbf{240^0}$	$\mathbf{270^0}$	$\mathbf{300^0}$	$\mathbf{315^0}$	$\mathbf{330^0}$	$\mathbf{360^0}$
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
ctg α	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-
$\boldsymbol{\alpha}$	$\mathbf{0}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{6}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{\pi}{2}}$	$\boldsymbol{\frac{2\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{3\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{5\pi}{6}}$	$\boldsymbol{\pi}$	$\boldsymbol{\frac{7\pi}{6}}$	$\boldsymbol{\frac{5\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{4\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{3\pi}{2}}$	$\boldsymbol{\frac{5\pi}{3}}$	$\boldsymbol{\frac{7\pi}{4}}$	$\boldsymbol{\frac{11\pi}{6}}$	$\boldsymbol{2\pi}$

1. Вычислить: 1) $\sqrt[3]{8 \cdot 0{,}125 \cdot 2\frac{10}{27} \cdot \frac{3}{8}}$ 2) $\log_3 243$

3) $\cos\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} + \operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

1) $\sqrt[3]{8 \cdot 0{,}125 \cdot 2\frac{10}{27} \cdot \frac{3}{8}}$

С помощью таблицы степеней натуральных чисел от 1 до 10, представим числа в виде: $8 = 2^3$, $0{,}125 = (0{,}5)^3$, $2\frac{10}{27} = \frac{2 \cdot 27 + 10}{27} = \frac{64}{27} = \frac{(4)^3}{(3)^3}$.

Пользуясь свойством арифметического корня: $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot k]{a^k}, (a \geq 0)$, получим:

$$\sqrt[3]{8 \cdot 0{,}125 \cdot 2\frac{10}{27} \cdot \frac{3}{8}} = \sqrt[3]{2^3 \cdot (0{,}5)^3 \cdot \frac{(4)^3}{(3)^3} \cdot \frac{3}{8}} = 2 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 8} = \frac{1}{2} = 0{,}5 .$$

Ответ: 0,5.

2) $\log_3 243$.

С помощью таблицы степеней натуральных чисел от 1 до 10, представим 243 в виде: $243 = 3^5$

Пользуясь свойством логарифмов: $\log_a b^m = m \log_a b$ или его определением: $\log_a a^x = x$, получим: $\log_3 243 = \log_3 3^5 = 5 \cdot \log_3 3 = 5$ или

$\log_3 243 = \log_3 3^5 = 5$.

Ответ: 5 .

3) $\cos\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} + \operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

Пользуясь таблицей значений углов тригонометрических функций и формулой: $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$, вычислим выражение:

$$\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin\frac{\pi}{3} + \operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \left(-\sqrt{3}\right)^2 = \frac{3}{4} + 3 = 3\frac{3}{4} = 3{,}75\ .$$

Ответ: $3{,}75$.

Методические указания и правила выполнения ко 2 заданию:

Показательными называются уравнения, в которых неизвестная переменная находится только в показателях каких-либо степеней.

Теорема 1. Показательное уравнение $A^{F(X)} = A^{G(X)}$ (где $A > 0$, $A \neq 1$) равносильно уравнению $F(X) = G(X)$.

Показательными называются неравенства, в которых неизвестная переменная содержится только в показателях каких-либо степеней.

Теорема 2. Если $A > 1$, то неравенство $A^{F(X)} > A^{G(X)}$ равносильно неравенству того же смысла: $F(X) > G(X)$. Если $0 < A < 1$, то показательное неравенство $\mathrm{A}^{\mathrm{F(X)}} > \mathrm{A}^{\mathrm{G(X)}}$ равносильно неравенству противоположного смысла: $F(X) < G(X)$.

Теорема 3. Если $A > 1$, то неравенство $A^{F(X)} < A^{G(X)}$ равносильно неравенству того же смысла: $F(X) < G(X)$. Если $0 < A < 1$, то показательное неравенство $\mathrm{A}^{\mathrm{F(X)}} < \mathrm{A}^{\mathrm{G(X)}}$ равносильно неравенству противоположного смысла: $\mathrm{F(X)} > \mathrm{G(X)}$.

Логарифмическими называются уравнения и неравенства, в которых переменная или рациональная функция находятся под знаком логарифма.

Теорема 1. Логарифмическое уравнение $\log_a b = \log_a c$ равносильно уравнению: $b = c$, если $b > 0$, $c > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.

Теорема 2. Если $b > 0$, $c > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, то: при $a > 1$ логарифмическое неравенство $\log_{\mathrm{a}} \mathrm{b} > \log_{\mathrm{a}} \mathrm{c}$ равносильно неравенству $b > c$; при $0 < a < 1$ логарифмическое неравенство $\log_{\mathrm{a}} \mathrm{b} > \log_{\mathrm{a}} \mathrm{c}$ равносильно неравенству с противоположным смыслом $b < c$.

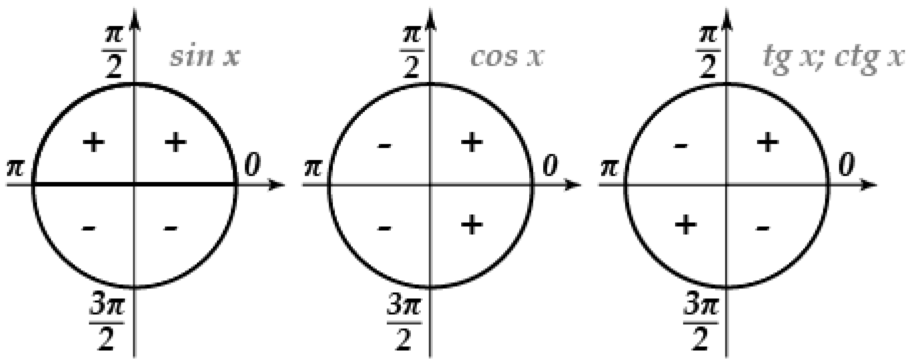
Теорема 3. Если $b > 0$, $c > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, то: при $a > 1$ логарифмическое неравенство $\log_a b < \log_a c$ равносильно неравенству $b < c$; при $0 < a < 1$ логарифмическое неравенство $\log_a b < \log_a c$ равносильно неравенству с противоположным смыслом $b > c$.

Тригонометрическое уравнение – это уравнение, содержащее неизвестное под знаком тригонометрической функции.

Простейшими тригонометрическими уравнениями называют уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a – действительное число.

Уравнение	Формулы	Простые решения
cos x = a, т.е. arccos a = x Условия: ($\lvert a \rvert \le 1$; $0 \le x \le \pi$)	arccos (-a) = π – arccos a a>0, x = ± arccos a + 2πn, a<0, x = ± (π – arccos a) + 2πn, где n ∈ Z	cos x = 0, x = π/2 + πn cos x = 1, x = 2πn cos x = –1, x = π + 2πn где n ∈ Z
sin x = a, т.е. arcsin a = x Условия:($\lvert a \rvert \le 1$; $-\pi/2 \le x \le \pi/2$)	arcsin (-a) = -arcsin a a>0 x = $(-1)^n$arcsin a + πn a<0 x = $(-1)^{n+1}$arcsin a + πn где n ∈ Z	sin x = 0, то x = πn sin x = 1, то x = π/2 + 2πn sin x = –1, то x = –π/2 + 2πn где n ∈ Z
tg x = a, т.е. arctg a = x Условие: (–π/2 < x <π/2)	arctg (-a) = -arctg a a>0 x = arctg a + πn a<0 x = -arctg a + πn где n ∈ Z	-
ctg x = a, т.е. arcctg a = x Условие: (0 < x <π)	arcctg (-a) = π – arcctg a a>0 x = arcctg a + πn a<0 x = π – arcctg a+ πn где n ∈ Z	-

Знаки синуса, косинуса, тангенс и котангенса.



Соотношения между основными тригонометрическими функциями – $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$ и $\operatorname{ctg}\alpha$ задаются тригонометрическими формулами.

Тригонометрические тождества:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$$

$$\operatorname{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\operatorname{ctg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Основные тригонометрические тождества представляют собой равенства, устанавливающие связь между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного угла, и позволяют находить любую из этих тригонометрических функций через известную другую.

Синус, косинус, тангенс и котангенс углов α и $-\alpha$:

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$$

Для того, чтобы избавиться от отрицательного значения градусной меры угла при вычислении синуса, косинуса или тангенса, можно воспользоваться следующими тригонометрическими преобразованиями (тождествами), основанными на принципах четности или нечетности тригонометрических функций.

Формулы сложения:

1. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \sin\beta \cdot \cos\alpha$

2. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$

3. $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$

4. $\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{-1 \pm \operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\alpha \pm \operatorname{ctg}\beta}$

Тригонометрические формулы сложения показывают, как тригонометрические функции суммы или разности двух углов выражаются через тригонометрические функции этих углов.

Формулы двойного угла:

1. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

2. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

3. $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

4. $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

5. $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$

6. $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$

Формулы двойного показывают, как тригонометрические функции двойных углов выражаются через тригонометрические функции одинарного угла α.

Формулы половинного угла:

1. $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$

2. $\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$

3. $\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

4. $\operatorname{ctg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$

Формулы половинного угла показывают, как тригонометрические функции половинного угла $\frac{\alpha}{2}$ выражаются через косинус целого угла α. Эти тригонометрические формулы следуют из формул двойного угла.

Формулы суммы и разности:

1. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

2. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

3. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

4. $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

5. $\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\beta-\alpha}{2}$

Основное предназначение формул суммы и разности тригонометрических функций заключается в переходе к произведению функций, что очень полезно при упрощении тригонометрических выражений. Указанные формулы также широко используются при решении тригонометрических уравнений, так как позволяют раскладывать на множители сумму и разность синусов и косинусов.

2. Решить уравнение: 1) $\log_5 x = 2$ 2) $\cos x = \frac{1}{2}$ 3) $2x^3 = 4$ 4) $7^{x-1} = 49$.

1) $\log_5 x = 2$

Воспользуемся Теоремой 1. для логарифмических уравнений:

$\log_{\mathrm{a}} \mathrm{b} = \log_{\mathrm{a}}$ с равносильно уравнению $b = c$, если $b > 0$, $c > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$. Из нее следует, что мы должны привести уравнение к логарифму с одинаковым основанием (т.е. $\log_5$), затем опустить основания и решить уравнение относительно x. Напомним, что любое число можно представить в виде логарифма с помощью правила: $\log_a a^x = x$, получим: $2 = \log_5 5^2$. Подставим данное выражение в уравнение:

$$\log_5 x = \log_5 5^2$$

$$x = 5^2$$

$$x = 25$$

Для логарифмов должны быть выполнены условия:

$b > 0$, $c > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.

Проверим: $c > 0$ $(5 > 0)$, $a > 0$ $(5 > 0)$, $a \neq 1$ $(5 \neq 1)$, $b > 0$, т.е. $x > 0$.

Действительно, корень уравнения $x = 29 > 0$, а значит, он является решением данного уравнения.

Ответ: $x = 25$.

2) $\cos x = \frac{1}{2}$

Для решения простейших тригонометрических уравнений воспользуемся таблицей, приведенной выше. Обратим внимание на столбец «Формулы» и найдем две формулы, относящиеся к уравнению $\cos x = a$:

$a > 0$, $x = \pm \arccos a + 2\pi n$ и $a < 0$, $x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n$, где $n \in Z$.

Мы воспользуемся первой формулой:

$x = \pm \arccos a + 2\pi n$, где $n \in Z$, т.к. $\frac{1}{2} > 0$ (т.е. $a > 0$). Подставим в формулу данные уравнения и получим: $x = \pm arccos\frac{1}{2} + 2\pi n$

Воспользуемся таблицей значений углов тригонометрических функций:

α	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0	210^0	225^0	240^0	270^0	300^0	315^0	330^0	360^0
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
ctg α	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-
α	$\mathbf{0}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π

Из нее $arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$, не забываем, что для $\cos x = a$ должны быть выполнены условия: $(|a| \leq 1, 0 \leq x \leq \pi)$, т.е. проверяем, принадлежит ли число $\frac{1}{2}$ промежутку $[-1; 1]$, а по таблице берем значения от 0 до π. Подставляем значение $arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$ в уравнение: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$

Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$.

3) $2x^3 = 4$

Данное уравнение является простым уравнением относительно x, выражаем x, извлекаем корень и решаем:

$$x^3 = \frac{4}{2}$$

$$x^3 = 2$$

$$x = \sqrt[3]{2}$$

Ответ: $x = \sqrt[3]{2}$.

4) $7^{x-1} = 49$

Воспользуемся Теоремой 1. для показательных уравнений: $\mathrm{A}^{\mathrm{F(X)}} = \mathrm{A}^{\mathrm{G(X)}}$ (где $A > 0, A \neq 1$) равносильно уравнению $F(X) = G(X)$. Из нее следует, что мы должны привести уравнение к одинаковому основанию (т.е. к 7), затем опустить основания и решить уравнение относительно x. Напомним, что

$7^2 = 49$, получим:

$$7^{x-1} = 7^2$$

$$x - 1 = 2$$

$$x = 3$$

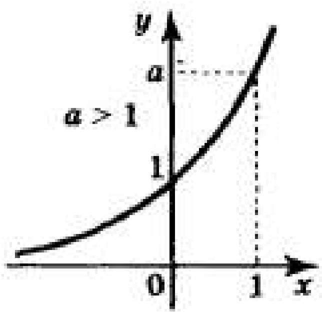
Ответ: $x = 3$.

Методические указания и правила выполнения к 3 заданию:

Показательной функцией называется функция вида $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$. Она принимает различный вид в зависимости от значения основания a.

Свойства показательной функции:

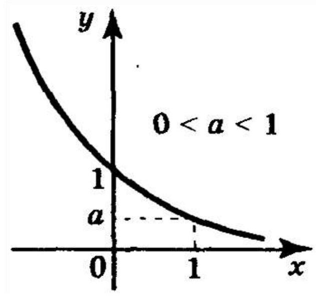
Областью определения показательной функции является все множество действительных чисел: $x \in (-\infty; \infty)$.



Область значений: $y \in (0; \infty)$.

Функция не является ни четной, ни нечетной.

Показательная функция убывает при $x \in (-\infty; \infty)$, если $0 < a < 1$, и возрастает, если $a > 1$.

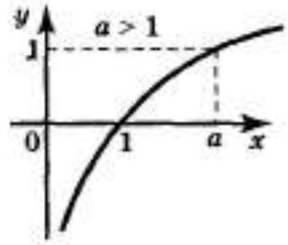


Свойства показательной функции:

1. $a^x > 1$, если $a > 1$, то $x > 0$
2. $a^x > 1$, если $0 < a < 1$, то $x < 0$
3. $0 < a^x < 1$, если $0 < a < 1$, то $x > 0$
4. $0 < a^x < 1$, если $a > 1$, то $x < 0$
5. $a^{x_1} < a^{x_2}$, если $a > 1$, $x_1 < x_2$
6. $a^{x_1} > a^{x_2}$, если $0 < a < 1$, $x_1 > x_2$.

Функцию вида $y = \log_a x$, где a – любое положительное число не равное единице, называют логарифмической функцией с основанием a. Логарифмическая функция определена лишь для положительных значений аргумента, то есть, при $x \in (0; \infty)$.

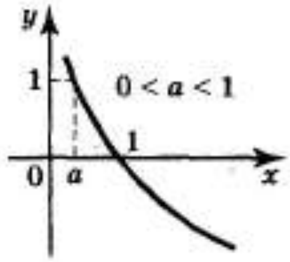
График логарифмической функции принимает различный вид в зависимости от значения основания a.



Свойства логарифмической функции:

Область определения логарифмической функции: $x \in (0; \infty)$.

Область значений: $y \in (0; \infty)$.



Функция не является ни четной, ни нечетной.

Логарифмическая функция убывает при $x \in (0; \infty)$, если $0 < a < 1$, и возрастает, если $a > 1$.

Не является ограниченной.

Степенная функция задается формулой вида $y = x^a$.

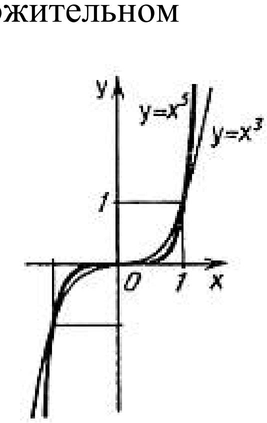
Функция $y = f(x)$, определенная на множестве X, называется ограниченной сверху, если множество её значений ограниченно сверху. Иначе говоря, функция $f(x)$ ограничена сверху, если существует такая постоянная M, что для каждого $x \in X$ выполняется неравенство $\mathrm{f(x)} \leq \mathrm{M}$.

Функция $y = f(x)$, определенная на множестве X, называется ограниченной снизу, если множество её значений ограниченно снизу, то есть если существует такая постоянная M, что для каждого $\mathrm{x} \in \mathrm{X}$ выполняется неравенство $\mathrm{f(x)} \geq \mathrm{M}$.

Функция $f(x)$, определенная на множестве X, называется ограниченной, если множество её значений ограниченно как сверху, так и снизу.

Степенная функция с нечетным положительным показателем.

Рассмотрим степенную функцию $y = x^a$ при нечетном положительном показателе степени, то есть, при $a = 1,3,5, \ldots$ При $a = 1$ имеем линейную функцию $y = x$.



Свойства степенной функции с нечетным положительным показателем:

Область определения: $x \in (-\infty; \infty)$.

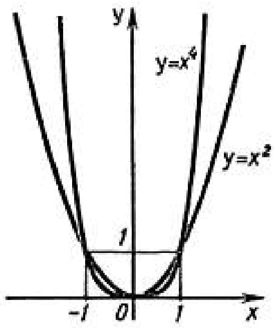
Область значений: $y \in (-\infty; \infty)$.

Функция нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.

Функция возрастает при $x \in (-\infty; \infty)$.

Функция не ограничена

Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.



Степенная функция с четным положительным показателем.

Рассмотрим степенную функцию $y = x^a$ с четным положительным показателем степени, то есть, при $a = 2,4,6, \ldots$ При $a = 2$ имеем квадратичную функцию, графиком которой является квадратичная парабола.

Свойства степенной функции с четным положительным показателем:

Область определения: $x \in (-\infty; \infty)$.

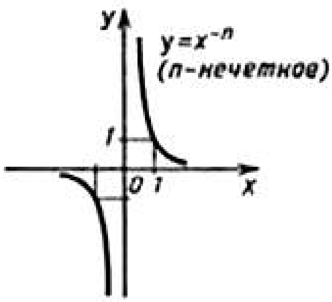
Область значений: $y \in [0; \infty)$.

Функция четная, так как $y(-x) = y(x)$.

Функция возрастает при $x \in [0; \infty)$, убывает при $x \in (-\infty; 0]$.

Функция ограничена снизу.

Функция принимает наименьшее значение при $y = 0$ и $x = 0$.



Степенная функция с нечетным отрицательным показателем.

Посмотрите на графики степенной функции $y = x^a$ при нечетных отрицательных значениях показателя степени, то есть, при $a = -1, -3, -5, \ldots$ При $a = 1$ имеем обратную пропорциональность, графиком которой является гипербола.

Свойства степенной функции с нечетным отрицательным показателем:

Область определения: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

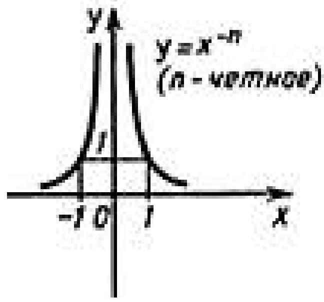
Область значений: $y \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

Функция нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.

Функция убывает при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения

Степенная функция с четным отрицательным показателем.



Перейдем к степенной функции $y = x^a$ при $a = -2, -4, -6, \ldots$

Свойства степенной функции с четным отрицательным показателем:

Область определения: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$.

Область значений: $y \in (0; \infty)$.

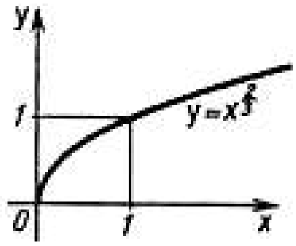
Функция четная, так как $y(-x) = y(x)$.

Функция возрастает при $x \in (-\infty; 0)$, убывает при $x \in (0; \infty)$.

Функция ограничена снизу.

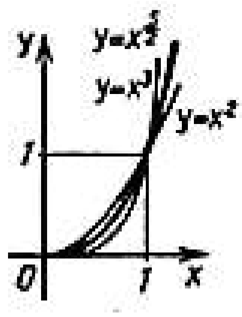
Функция не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.

Степенная функция с рациональным или иррациональным показателем.



Рассмотрим степенную функцию $y = x^a$ с рациональным или иррациональным показателем a, причем $0 < a < 1$. Например, $a = \frac{2}{7}, \frac{1}{2}, \frac{8}{9}, \ldots$

Рассмотрим степенную функцию $y = x^a$ с нецелым рациональным или иррациональным показателем a, причем $a > 1$. Например, $a = 1\frac{2}{7}, \frac{3}{2}, 20\frac{8}{9}, \ldots$



Свойства степенной функции с рациональным или иррациональным показателем:

Область определения: $x \in [0; \infty)$.

Область значений: $y \in [0; \infty)$.

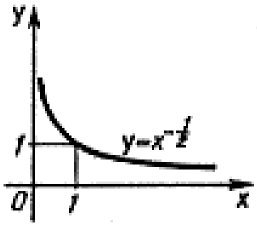
Функция не является ни четной, ни нечетной.

Функция возрастает при $x \in [0; \infty)$.

Функция ограничена снизу.

Функция принимает наименьшее значение при $y = 0$ и $x = 0$.

Степенная функция с рациональным или иррациональным отрицательным показателем.



Переходим к степенной функции $y = x^a$, когда $-1 < a < 0$ и $a < -1$. Например, $a = -2\frac{3}{7}, -\frac{3}{2}, -\frac{8}{9}, \ldots$ Их графики и свойства аналогичны.

Свойства степенной функции с нецелым отрицательным показателем:

Область определения: $x \in (0; \infty)$.

Область значений: $y \in (0; \infty)$.

Функция не является ни четной, ни нечетной, то есть она общего вида.

Функция убывает при $x \in (0; \infty)$.

Функция ограничена снизу.

При $a = 0$ и $x \neq 0$ имеем функцию $y = x^0 = 1$ – это прямая из которой исключена точка $(0; 1)$ (выражению 0^0 условились не придавать никакого значения).

Все тригонометрические функции (синус, косинус, тангенс и котангенс) относятся к основным элементарным функциям.

Тригонометрическим функциям присуще понятие периодичности (повторяемости значений функции при различных значениях аргумента, отличных друг от друга на величину периода – T).

Функция синус, её называют «синусоида».

Свойства функции синус $y = \sin x$:

Областью определения $x \in (-\infty; \infty)$.

Область значений есть $y \in [-1; 1]$.

Периодическая $T = 2\pi$.

Функция синус – нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.

Функция обращается в ноль при $x = \pi n, n \in Z$.

Наибольшее значение, равное 1 при $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.

Наименьшее значение, равное -1 при $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$.

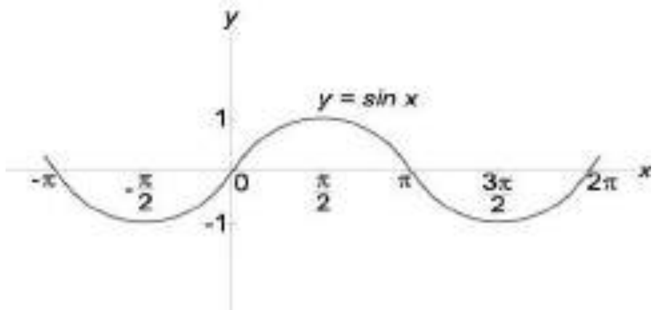
Функция принимает положительные значения на интервале $(2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in Z$.

Функция принимает отрицательные значения на интервале

$(\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in Z$.

Функция убывает при $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in Z$ возрастает при

$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right),\ n \in Z$.



Функция косинус $y = \cos x$, её называют «косинусоида».

Свойства функции косинус $y = \cos x$:

Областью определения $x \in (-\infty; \infty)$.

Область значений есть $y \in [-1; 1]$.

Периодическая $T = 2\pi$.

Функция косинус – четная, так как $y(-x) = y(x)$.

Функция обращается в ноль при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

Наибольшее значение, равное 1 при $x = 2\pi n, n \in Z$

Наименьшее значение, равное -1 при $x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$.

Функция принимает положительные значения на интервале

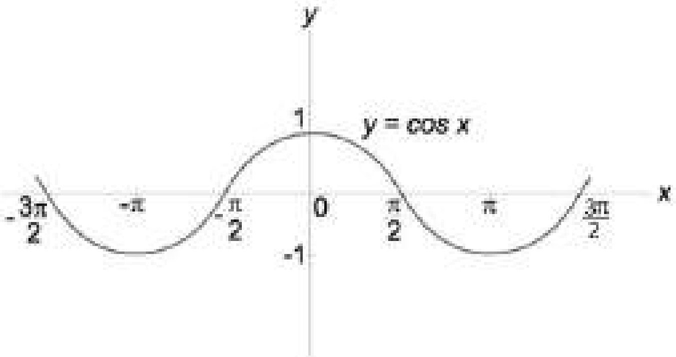
$\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right),\ n \in Z$.

Функция принимает отрицательные значения на интервале

$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in Z$.

Функция убывает при $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in Z$, возрастает при

$x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in Z$.



Функция тангенс $y = \operatorname{tg} x$, его называют «тангенсоида».

Свойства функции тангенс $y = \operatorname{tg} x$:

Область определения функции $x \in (-\infty; \infty)$, кроме $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

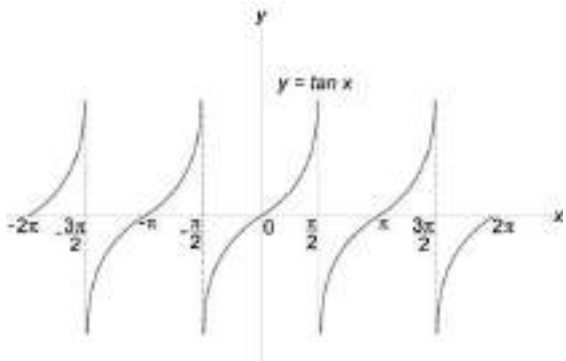
Область значений $y \in (-\infty; \infty)$.

Периодическая $T = \pi$.

Функция тангенс – нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.

Функция обращается в ноль при $x = \pi n, n \in Z$.

Функция принимает положительные значения на интервале $\left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, $n \in Z$.



Функция принимает отрицательные значения на интервале $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right)$,

$n \in Z$.

Функция возрастает при

$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in Z$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 3^x$ 2) $y = \log_7 x$ 3) $y = \sqrt[4]{x}$

4) $y = \frac{1}{x-2}$ 5) $y = \operatorname{tg} x$.

1) $y = 3^x$

Область определения обозначается $D(y)$. Из свойств и графиков показательной функции, приведенных выше, можно сделать вывод, что x – любое число (т.к. степень может быть любой: положительной, отрицательной или нулевой).

$D(y): (-\infty;\ \infty)$.

Ответ: $D(y): (-\infty;\ \infty)$.

2) $y = \log_7 x$

Из свойств и графиков логарифмической функции, приведенных выше, можно сделать вывод, что x должно быть положительным (т.е. $x > 0$).

$D(y): (0;\ \infty)$.

Ответ: $D(y): (0;\ \infty)$.

3) $y = \sqrt[4]{x}$

Из свойств и графиков степенной функции, приведенных выше, можно сделать вывод, что на нее накладываются 2 ограничения: 1) подкоренное выражение корня четной степени больше, либо равно нулю; 2) знаменатель не равен нулю. В данном примере нам подходит первое ограничение, т.е. $x \geq 0$.

$D(y): [0; \infty)$.

Ответ: $D(y): [0; \infty)$.

4) $y = \frac{1}{x-2}$

Это тоже степенная функция. В этом примере нам подходит второе ограничение, т.е. $x - 2 \neq 0, x \neq 2$.

$D(y): (-\infty; 2) \cup (2;\ \infty)$.

Ответ: $D(y): (-\infty; 2) \cup (2;\ \infty)$.

5) $y = \operatorname{tg} x$

Из свойств и графиков тригонометрических функций, приведенных выше, выпишем область определения тангенса: $x \in (-\infty; \infty)$, кроме $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

$D(y)$: $(-\infty; \infty), x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

Ответ: $D(y)$: $(-\infty; \infty), x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

Методические указания и правила выполнения к 4 заданию:

Правило произведения.

Пусть объект A можно выбрать n способами и после каждого такого выбора объект B можно выбрать m способами. Тогда выбор пары (A, B) можно осуществить $n \cdot m$ способами.

Правило суммы.

Пусть некоторый объект A можно выбрать n различными способами, а другой объект B можно выбрать m способами. Тогда существует $n + m$ способов выбрать либо объект A, либо объект B.

Перестановки.

Пусть имеется n различных объектов. Будем переставлять их всеми возможными способами (число объектов остается неизменными, меняется только их порядок). Получившиеся комбинации называются перестановками, а их число равно: $P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot (n-1) \cdot n$. Символ $n!$ называется факториалом и обозначает произведение всех целых чисел от 1 до n. По определению, считают, что $0! = 1$, $1! = 1$.

Размещения.

Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов и переставлять всеми возможными способами между собой (то есть меняется и состав выбранных объектов, и их порядок). Получившиеся комбинации называются размещениями из n объектов по m, а их число равно: $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$.

Сочетания.

Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов все возможными способами (то есть меняется состав выбранных объектов, но порядок не важен). Получившиеся комбинации называются сочетаниями из n объектов по m, а их число равно: $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$.

4. Вычислить: 1) A_9^5 2) C_9^8 .

1) A_9^5

Размещения находим по формуле: $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$, подставим в формулу наши цифры и получим:

$A_9^5 = \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{9!}{4!} = \frac{4!\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9}{4!} = 5\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9 = 15120$.

Ответ: 15120 .

2) C_9^8

Сочетания находим по формуле: $C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!\cdot m!}$, подставим в формулу наши цифры и получим:

$C_9^8 = \frac{9!}{(9-8)!\cdot8!} = \frac{9!}{1!\cdot8!} = \frac{8!\cdot9}{1\cdot8!} = 9$.

Ответ: 9.

Методические указания и правила выполнения к 5 заданию:

Все, что происходит в реальной действительности, называют явлениями или событиями.

Событие называется случайным, если при одних и тех же условиях оно может как произойти, так и не произойти. Случайным будет, например, событие «При подбрасывании игрального кубика выпадет 6 очков».

До эксперимента, как правило, невозможно точно сказать, произойдет данное событие, или не произойдет – это выясняется лишь после его завершения.

Случайное событие может быть: невозможным, т.е. никогда не произойти или достоверным, т.е. произойти при каждом эксперименте. Например, событие «На игральном кубике выпадет 7 очков» - невозможное, а «На игральном кубике выпадет меньше семи очков» - достоверное. Разумеется, если речь идет о кубике, на гранях которого написаны числа от 1 до 6.

События называются несовместными, если каждый раз возможно появление только одного из них.

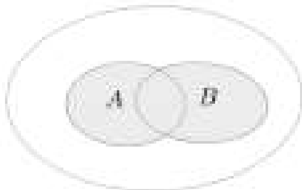
События называются равновозможными, если у каждого из событий равные шансы на появление в эксперименте (В урне два шара – белый и черный, появление черного шара не исключает появление белого при том же испытании).

События называются совместными, если в данных условиях появление одного из этих событий не исключает появление другого при том же испытании.

Случайные события (большими буквами латинского алфавита): $A, B, C, D, \dots$ (или $A_1, A_2, A_3, \dots A_m$). «Случайные» опускают и говорят просто «события». Число исходов, благоприятствующих наступлению данного события – m, число всех исходов (опытов) – n.

Классическое определение вероятности. Вероятностью события А называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события A, к числу n всех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т.е. $P(A) = \frac{m}{n}$ – вероятность случайного события.

Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы, т.е. $0 \leq P(A) \leq 1$. Невозможному событию соответствует вероятность $P(A) = 0$, а достоверному – вероятность $P(A) = 1$.



Суммой (объединением) событий A и B называется событие, которое состоит в том, что происходит хотя бы одно из данных событий. Сумму событий A и B обозначают $A + B$ (или $A \cup B$) На рисунке с помощью кругов Эйлера

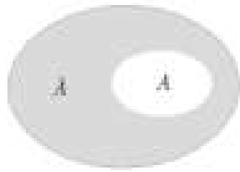
проиллюстрировано понятие суммы событий A и B: большой круг изображает все элементарные события, которые могут произойти в рассматриваемом испытании, левый круг изображает событие A, правый — событие B, а закрашенная область — $A + B$ событие.

Произведением (пересечением) событий A и B называется событие, которое состоит в том, что происходят оба этих события. Произведение событий A и B обозначают $A \cdot B$ (или $A \cap B$). Рисунок иллюстрирует с помощью кругов

Эйлера произведение событий A и B: темнее закрашенная область (общая часть кругов A и B) иллюстрирует событие $A \cdot B$.

События A и B называют равными (равносильными) и обозначают $A = B$, если событие A происходит тогда и только тогда, когда происходит событие B. Например, если в испытании с одним бросанием игрального кубика событие A — выпало число 6, событие B — выпало наибольшее из возможных чисел, то $A = B$.

Событие $\overline{A}$ называют противоположным событию A, если событие $\bar{A}$ происходит тогда и только тогда, когда не происходит событие A. На рисунке проиллюстрирована



взаимосвязь событий A и $\bar{A}$ на множестве всех элементарных исходов испытания (событие $\bar{A}$ изображено закрашенной областью).

Теорема сложения вероятностей.

Вероятность суммы двух несовместимых событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B)$.

В случае, когда события A и B совместны, вероятность их суммы выражается формулой: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$, где $A \cdot B$ – произведение событий A и B.

Два события называются зависимыми, если вероятность одного из них зависит от наступления или не наступления другого. в случае зависимых событий вводится понятие условной вероятности события.

Условной вероятностью $P(A/B)$ события A называется вероятность события A, вычисленная при условии, что событие B произошло. Аналогично через $P(B/A)$ обозначается условная вероятность события B при условии, что событие A наступило.

Теорема умножения вероятностей.

Вероятность произведения двух событий равна вероятности одного из них, умноженной на условную вероятность другого при наличии первого:

$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B/A)$ или $P(A \cdot B) = P(B) \cdot P(A/B)$.

Следствие. Вероятность совместного наступления двух независимых событий A и B равна произведению вероятностей этих событий:

$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B).$

Проведём эксперимент:

1) бросить игровой кубик 200 раз и каждый раз записывать количество выпавших пунктов;

2) сосчитать, в скольких случаях выпало 4 пункта. Допустим, что после подсчётов результат 4 был 32 раза. Что можно вычислить?

Если в N независимых опытах событие A осуществляется M раз, то M называется абсолютной частотой события A, а соотношение $\frac{M}{N}$ называется относительной частотой события A.

$$\text{Относительная частота события} = \frac{\text{количество осуществления события}}{\text{количество экспериментов}}$$

Относительную частоту события A обозначают $W(A)$, поэтому по определению $W(A) = \frac{M}{N}$.

В наших экспериментах событие A — выпали 4 пункта. Значит, по определению:

1) абсолютная частота события A равна 32;

2) относительная частота события $A = \frac{32}{200} = \frac{4}{25}$.

Статистической вероятностью называют число, около которого колеблется относительная частота события при большом числе испытаний.

Различные исследования с большим числом однотипных испытаний проводили учёные в разные годы. Наблюдая за уменьшением амплитуды колебания относительных частот события около некоторого числа при увеличении количества испытаний, швейцарский математик Якоб Бернулли (1654 — 1705) обосновал так называемый закон больших чисел:

Можно считать достоверным тот факт, что при любой достаточно большой серии испытаний относительная частота события A стремится к некоторому числу — вероятности этого события. Таким образом, $W(A) \approx P(A)$ при большом числе испытаний. В нашем эксперименте относительная частота события $A = \frac{4}{25}$ или статистическая вероятность $P(A) \approx \frac{4}{25}$.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или валет черной масти или туз.

Число исходов m, благоприятствующих наступлению данного события A, равно количеству валетов черной масти, т.е. 2 карты, плюс количество тузов, т.е. 4 карты, значит $m = 6$.

Число всех исходов $n = 36$ (всего карт в колоде). Из классического определения вероятности: $P(A) = \frac{m}{n}$, следует, $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

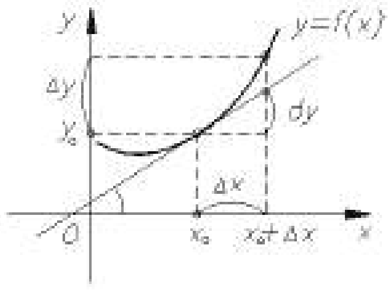
Ответ: $\frac{1}{6}$.

Методические указания и правила выполнения к 6 заданию:

Производная функции − одно из основных понятий математики, а в математическом анализе производная наряду с интегралом занимает центральное место. Процесс нахождения производной называется дифференцированием.

Обратная операция − восстановление функции по известной производной – называется интегрированием.

Производная функции в некоторой точке характеризует скорость изменения функции в этой точке. Оценку скорости изменения можно получить, вычислив отношение изменения функции Δy к соответствующему изменению аргумента Δx.



В определении производной такое отношение рассматривается в пределе при условии $\Delta x \to 0$. Перейдем к более строгой формулировке: приращением аргумента называется разность между двумя

значениями аргумента: «новым» и «старым». Обычно обозначается как $\Delta x = x - x_0$.

Производной $y^{/}(x)$ от функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется предел отношения приращения функции Δy к приращению аргумента Δx : $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$, если он существует, то есть: $y^{/}(x_0) = f^{/}(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ или

$$y^{/}(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}.$$

Функция $f(x)$ называется непрерывной в точке x_0, если $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f(x) = f(x_0)$.

Производная линейной функции $y^{/} = (kx+b)^{/} = k$.

Таблица производных основных элементарных функций.

1. $(C)^{/} = 0$ (C-любое число)	8. $(\log_a x)^{/} = \frac{1}{x \ln a}$	15. $(\mathrm{arctg}\, x)^{/} = \frac{1}{1+x^2}$
2. $(x)^{/} = 1$	9. $(\sin x)^{/} = \cos x$	16. $(\mathrm{arcctg}\, x)^{/} = -\frac{1}{1+x^2}$
3. $\left(\sqrt{x}\right)^{/} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	10. $(\cos x)^{/} = -\sin x$	17. $(\mathrm{sh}\, x)^{/} = \mathrm{ch}\, x$
4. $(x^{\alpha})^{/} = \alpha x^{\alpha-1}$ (α-любое число)	11. $(tg\, x)^{/} = \frac{1}{cos^2 x}$	18. $(\mathrm{ch}\, x)^{/} = \mathrm{sh}\, x$
5. $(e^x)^{/} = e^x$	12. $(ctg\, x)^{/} = -\frac{1}{sin^2 x}$	19. $(\mathrm{th}\, x)^{/} = \frac{1}{\mathrm{ch}^2 x}$
6. $(a^x)^{/} = a^x \ln a$ (a-любое число)	13. $(\arcsin x)^{/} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	20. $(\mathrm{cth}\, x)^{/} = -\frac{1}{\mathrm{sh}^2 x}$
7. $(\ln x)^{/} = \frac{1}{x}$	14. $(\arccos x)^{/} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	

Правила дифференцирования функций.

Правило	Формула
1. Постоянный множитель с можно выносить за знак производной.	$\left(c \cdot u(x)\right)^{/} = c \cdot u^{/}(x)$
2. Если существуют производные $u^{/}(x)$ и $v^{/}(x)$, то производная от суммы (разности) функций $u(x)$ и $v(x)$ равна сумме (разности) производных.	$\left(u(x) \pm v(x)\right)^{/} = u^{/}(x) \pm v^{/}(x)$
3. Если существуют производные $u^{/}(x)$ и $v^{/}(x)$, то выполняются следующие правила дифференцирования произведения функций и частного от их деления:	$\left(u(x) \cdot v(x)\right)^{/} =$ $= u^{/}(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v^{/}(x)$ $\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)^{/} = \frac{u^{/}(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v^{/}(x)}{v^2(x)}$, где $v(x) \neq 0$.
4. Производная сложной функции равна производной внешней функции умноженной на производную внутренней функции.	$\left(u\left(v(x)\right)\right)^{/} = u^{/}(v) \cdot v^{/}(x)$

6. Найти $y^{/}(-1)$, если $y = x^2$.

Находим производную, с помощью формулы: $(x^{\alpha})^{/} = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$ из «Таблицы производных основных элементарных функций», получим:

$y^{/} = (x^2)^{/} = 2 \cdot x^{2-1} = 2x^1 = 2x.$

Чтобы найти значение производной в точке $y^{/}(-1)$, нужно подставить -1 вместо x:

$y^{/}(-1) = 2 \cdot (-1) = -2$.

Ответ: -2 .

Методические указания и правила выполнения к 7 заданию:

Неопределенный интеграл.

Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$ на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка $F^{/}(x) = f(x)$. Вычисление первообразной заключается в нахождении неопределённого интеграла, а сам процесс называется интегрированием.

Таблица неопределенных интегралов.

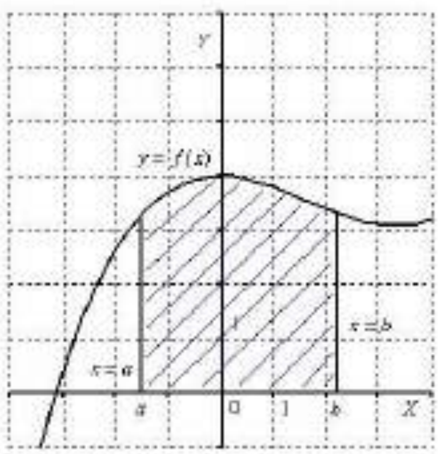
Функция $y = f(x)$	Первообразная $y = f(x)$
$\int 1\, dx$	$x + C$
$\int x^{\alpha}\ dx$, где $\alpha \in N$, $\alpha \neq -1, (\alpha -$ число)	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\int \frac{1}{x}\ dx$	$ln\, x + C$
$\int e^x\ dx$	$e^x + C$
$\int \sin x\ dx$	$-cos\, x + C$
$\int \cos x\ dx$	$sin\, x + C$
$\int \frac{1}{sin^2 x}\ dx$	$-ctg\ x + C$
$\int \frac{1}{cos^2 x}\ dx$	$tg\ x + C$
$\int (kx+b)^p\ dx$, где $p \neq -1$, $k \neq 0, (p, k -$ числа)	$\frac{(kx+b)^{p+1}}{k(p+1)} + C$
$\int \frac{1}{(kx+b)}\ dx,$	$\frac{1}{k} ln(kx+b) + C$

где $k \neq 0$, ($k -$ число)	
$\int e^{kx+b}\ dx$, где $k \neq 0$, ($k -$ число)	$\frac{1}{k}e^{kx+b} + C$
$\int \sin(kx+b)\ dx$ где $k \neq 0$, ($k -$ число)	$-\frac{1}{k}cos(kx+b) + C$
$\int \cos(kx+b)\ dx$ где $k \neq 0$, ($k -$ число)	$\frac{1}{k}sin(kx+b) + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$	$arcsinx\ +\ C$
$\int \frac{1}{1+x^2}\ dx$	$arctgx +\ C$
$\int a^x\ dx$,где ($a -$ число)	$\frac{a^x}{ln\, a} + C$
$\int \operatorname{ch} x\ dx$	$\operatorname{sh} x + C$
$\int \operatorname{sh} x\ dx$	$\operatorname{ch} x + C$
$\int \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}\ dx$	$\operatorname{th} x + C$
$\int \frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}\ dx$	$-\operatorname{cth} x + C$
$\int tg\ x\ dx$	$-ln\lvert cosx\rvert + C$
$\int \frac{1}{x^2+a^2}\ dx$, где ($a -$ число)	$\frac{1}{a}arctg\frac{x}{a} + C$
$\int \frac{1}{x^2-a^2}\ dx$, где ($a -$ число)	$\frac{1}{2a}ln\left\lvert\frac{x-a}{x+a}\right\rvert + C$
$\int \frac{x}{x^2 \pm a^2}\ dx$, где ($a -$ число)	$\frac{1}{2}ln\lvert x^2 \pm a^2\rvert + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}\ dx$, где ($a -$ число)	$ln\left\lvert x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\rvert + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 \pm x^2}}\ dx$, где ($a -$ число)	$arcsin\frac{x}{a}\ +\ C$
$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}\ dx$, где ($a -$ число)	$\sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
$\int \frac{x}{\sqrt{a^2 \pm x^2}}\ dx$, где ($a -$ число)	$-\sqrt{a^2 \pm x^2} + C$
$\int \sqrt{a^2 - x^2}\ dx$, где ($a -$ число)	$\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}arcsin\frac{x}{a}\ +\ C$
$\int \sqrt{x^2 \pm a^2}\ dx$, где ($a -$ число)	$\frac{x}{2}\sqrt{x^2 \pm a^2} + \frac{a^2}{2}\ln\left\lvert x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right\rvert\ +\ C$

Определенный интеграл и его приложения.

Площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции $y = f(x)$, снизу — осью Ox, слева и справа прямыми $x = a$, $x = b$, находят по формуле Ньютона-Лейбница:

$S = \int_a^b f(x)\,dx = F(x)|_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} = F(a) - F(b).$



С точки зрения геометрии определенный интеграл – это площадь фигуры.

7. Найти$\int_0^2 3x^2\,dx$.

Чтобы найти определенный интеграл по формуле Ньютона-Лейбница:

$S = \int_a^b f(x)\,dx = F(x)|_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}} = F(a) - F(b)$, надо: найти неопределенный интеграл (первообразную функции) с помощью формулы:$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ из

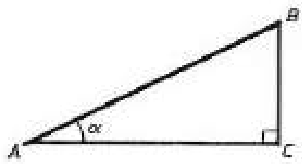
«Таблицы неопределенных интегралов», не забываем, что константу можно вынести за знак интеграла; подставить значение верхней границы и вычесть значение нижней.

$\int_0^2 3x^2 dx = 3 \cdot \int_0^2 x^2 dx = 3 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1}|_0^2 = 3 \cdot \frac{x^3}{3}|_0^2 = x^3|_0^2 = 2^3 - 0^3 = 2^3 = 8$.

Ответ: 8.

Методические указания и правила выполнения к 8 заданию:

Теорема Пифагора: В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:



$\mathrm{AB}^2 = \mathrm{AC}^2 + \mathrm{BC}^2$.

Соотношение углов и сторон прямоугольного треугольника:

Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе: $\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$.

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе: $\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$.

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему: $\text{tg}\,\alpha = \frac{BC}{AC}$.

Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему: $\text{ctg}\,\alpha = \frac{AC}{BC}$.

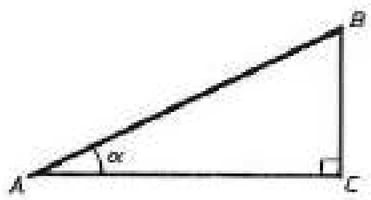
8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=10 см, BC=8 см. Найти $\cos A$.

Дано: ΔABC

$\angle C = 90^0$

AB=10 см

BC=8 см



Найти: $\cos A$—?

Решение:

По теореме Пифагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$, найдем AC:

$$10^2 = AC^2 + 8^2$$

$$100 = AC^2 + 64$$

$$AC^2 = 100 - 64$$

$$AC^2 = 36$$

$$AC = \sqrt{36}$$

$$AC = 6$$

Из правила приведенного выше: $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0{,}6$.

Ответ: $\cos A = 0{,}6$.

Методические указания и правила выполнения к 9 заданию:

Объём — количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом. Эту характеристику можно измерить с помощью выбранной единицы измерения объемов. Единицей измерения объемов будем считать куб, ребро которого равно единице измерения длины. В СИ основная единица измерения объёма — кубический метр. Кубический метр — куб, ребро которого равно 1м.

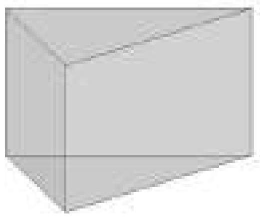
Свойства объемов:

1. Объем тела есть неотрицательное число.

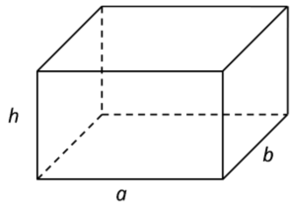
2. Равные геометрические тела имеют равные объемы.

3. Если геометрическое тело составлено из геометрических тел, не имеющих общих внутренних точек, то объем данного тела равен сумме объемов тел его составляющих.

Объем прямоугольного параллелепипеда.



Призма — это многогранник, в основаниях которого лежат равные многоугольники, а боковые грани — параллелограммы.



Параллелепипед — призма, основанием которой является параллелограмм.

Прямой параллелепипед — это параллелепипед, у которого 4 боковые грани — прямоугольники.

Куб — правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат. Частный случай параллелепипеда и призмы.

Прямоугольный параллелепипед — это прямой параллелепипед, основанием которого является прямоугольник.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины, ширины и высоты: $V = a \cdot b \cdot h$

Следствие 1. Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту: $V = S_{\text{осн}} \cdot h$.

Следствие 2. Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.

Объём прямой призмы : $V = S_{\text{осн}} \cdot h$.

Объём цилиндра: $V = \pi R^2 \cdot H$.

Объём наклонной призмы равен произведению площади основания на высоту: $V = S_{\text{осн}} \cdot h$.

Объём пирамиды: $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$.

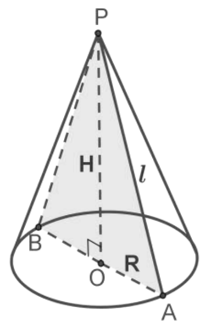
Объём усечённой пирамиды: $V = \frac{1}{3} h\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}\right)$

Объём конуса вычисляют по формуле: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Объём усечённого конуса: $V = \frac{1}{3} h\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}\right)$.

Площадь поверхности шара (т.е. сферы): $S = 4\pi \cdot R^2$.

Объём шара вычисляется: $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3$, где R — радиус шара.



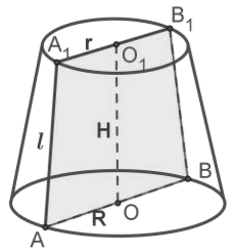
Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него плоскостью.

Круг с центром A — основание шарового сегмента.

$AC = r$ — радиус основания шарового сегмента,

$AB = H$ — высота шарового сегмента,

$OC = R$ — радиус шара.

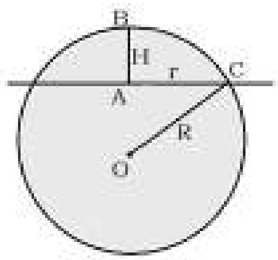


Объём шарового сегмента: $V = \pi \cdot H^2 \cdot \left(R - \frac{H}{3}\right)$,

где R — радиус шара,

H — высота шарового сегмента.

Шаровой слой. Объём шарового слоя.



Шаровым слоем называется часть шара, заключённая между двумя параллельными секущими плоскостями.

Объём шарового слоя можно найти как разность объёмов двух шаровых сегментов.

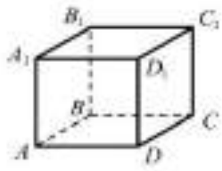
Шаровой сектор. Объём шарового сектора.

Шаровой сектор – это часть сферы или шара, которая ограничена кривой поверхностью шарового сегмента и поверхностью конической. Вершиной в данном случае будет служить центр шара, основанием сегмента является та самая коническая поверхность.

Объем шарового сектора: $V = \frac{2}{3}\pi \cdot R^2 \cdot H$, где R — радиус шара, H — высота шарового сегмента.

9. Объем куба 1 см^3. Все ребра куба увеличили в 2 раза. Найдите объем нового куба.

Дано:



$ABCDA_1B_1C_1D_1$ — куб

$V_1 = 1$ см^3

$a_2 = 2a_1$

Найти: V_2—?

Решение:

Объем куба находится по формуле: $V = a^3$.

Объем и сторону первоначального куба обозначим через V_1 и a_1 соответственно, а объем и сторону нового куба обозначим через V_2 и a_2 соответственно. Т.к. сторона нового куба в два раза больше первоначального, то $a_2 = 2a_1$. Объем первоначального куба равен: $V_1 = a_1^3$, а объем нового куба равен: $V_2 = a_2^3$. Подставим данные в первую формулу и найдем сторону первоначального куба:

$$V_1 = a_1^3$$

$$1 = a_1^3$$

$$a_1 = \sqrt[3]{1}$$

$a_1 = 1$, теперь мы можем найти a_2:

$$a_2 = 2a_1$$

$$a_2 = 2 \cdot 1$$

$a_2 = 2$, зная сторону нового куба, найдем его объем:

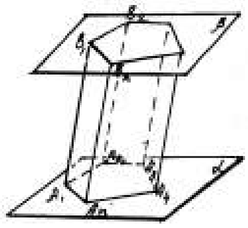
$$V_2 = a_2^3$$

$$V_2 = 2^3$$

$$V_2 = 8$$

Ответ: $V_2 = 8$.

Методические указания и правила выполнения к 10 заданию:



Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов, называется призмой. Многоугольники $A_1A_2 \dots A_n$ и $B_1B_2 \dots B_n$ называются основаниями, а параллелограммы — боковыми гранями призмы. Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ называются боковыми рёбрами призмы. Боковые рёбра призмы равны друг другу. Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется высотой призмы. Если боковые рёбра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется прямой, в противном случае — наклонной.

Прямая призма называется правильной, если ее основания — правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани — равные прямоугольники.

Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех ее граней, а площадью боковой поверхности призмы — сумма площадей ее боковых граней.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту призмы.

$$S_{\text{бок}} = P \cdot h$$

Пирамида, основанием которой является правильный многоугольник, а вершина которой проектируется в центр основания, называется правильной пирамидой.

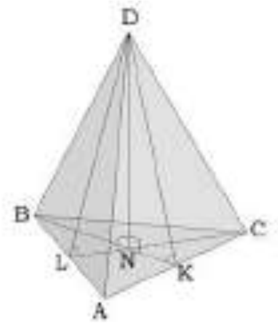
Боковые грани правильной пирамиды — равные равнобедренные треугольники.

Высота боковой грани правильной пирамиды называется апофемой.

Правильная треугольная пирамида, у которой все рёбра равны, называется тетраэдром.

Все грани тетраэдра — равные равносторонние треугольники.

Правильная треугольная пирамида.



Основание правильной треугольной пирамиды — равносторонний треугольник.

Вершина пирамиды проектируется в точку пересечения медиан.

$\frac{BN}{NK} = \frac{2}{1}$

KD — апофема, $\angle NKD$ и $\angle NLD$ — двугранные углы при основании пирамиды, $\angle DCN$ и $\angle DBN$ — углы между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}P_{\text{осн}} \cdot h(\text{апофема}),\ S_{\text{полн}} = \frac{1}{2}P_{\text{осн}} \cdot h(\text{апофема}) + S_{\text{осн}}.$

Цилиндр — это тело вращения, которое получается при вращении прямоугольника вокруг его стороны.

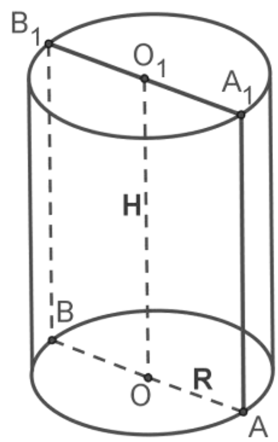
ABA_1B_1 — прямоугольник.

OO_1 — ось симметрии цилиндра и высота цилиндра.

AA_1 — образующая цилиндра, длина которой равна длине высоты цилиндра.

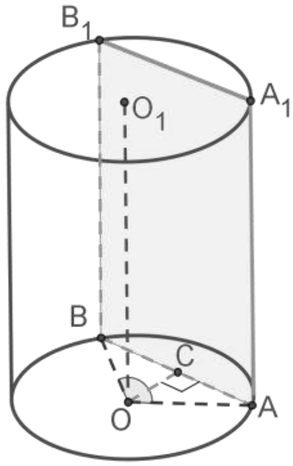
AO — радиус цилиндра.

Полученная цилиндрическая поверхность называется боковой поверхностью цилиндра, а круги — основаниями цилиндра.



Осевое сечение цилиндра — это сечение цилиндра плоскостью, которая проходит через ось цилиндра. Это сечение является прямоугольником.

При сечении цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра (т.е. перпендикулярной основанию), также получается прямоугольник.



Площадь поверхности цилиндра.

На рисунке изображён цилиндр, пересечённый плоскостью, которая параллельна оси цилиндра OO_1.

ABA_1B_1 — прямоугольник.

$AO = BO = R$ — радиусы.

CO — расстояние от оси цилиндра до плоскости сечения.

Дуга AB равна центральному углу $\angle AOB$.

При сечении цилиндра плоскостью, параллельной основанию, в сечении получаем круг, равный основаниям цилиндра.

Если представить, что боковая цилиндрическая поверхность разрезана по образующей AA_1 и развёрнута, получаем прямоугольник. Сторона AA_1 равна высоте H, а другую сторону образует развёрнутая окружность основания длиной $2\pi R$.

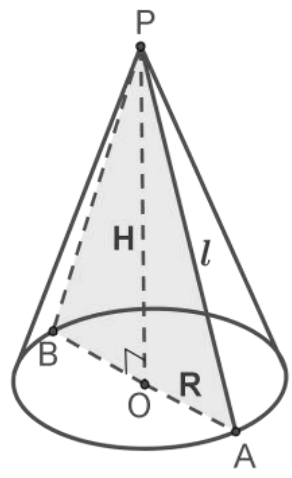
Так как развёртка — прямоугольник, то боковая поверхность определяется по формуле:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R \cdot H$$

Основания цилиндра — два круга с общей площадью $2\pi R^2$.

Полная поверхность цилиндра определяется по формуле:

$$S_{\text{полн}} = 2\pi R \cdot H + 2\pi R^2 = 2\pi R(H + R)$$



Конус — тело вращения, которое получается в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг его катета.

Треугольник POA вращается вокруг стороны PO.

PO — ось конуса и высота конуса.

P — вершина конуса.

PA — образующая конуса.

Круг с центром O — основание конуса.

AO — радиус основания конуса.

Осевое сечение конуса — это сечение конуса плоскостью, которая проходит через ось PO конуса.

Осевое сечение конуса — это равнобедренный треугольник.

APB — осевое сечение конуса.

$\angle PAO = \angle PBO$ — углы между образующими и основанием конуса.

Развёрткой боковой поверхности конуса является круговой сектор.

Радиус сектора — это образующая конуса.

$$S_{\text{бок}} = \frac{\pi l^2 \alpha}{360^0}$$

$$S_{\text{бок}} = \pi R l$$

$$S_{\text{полн}} = \pi R l + \pi R^2$$

Шаром называется тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки.

Поверхность шара называется сферой.

Уравнение сферы: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

Взаимное расположение сферы и плоскости:

$OO_1 = d$ — расстояние между центром шара и плоскостью сечения.

$AO = R$ — радиус шара.

AO_1 — радиус окружности сечения.

1) $d < r$, сечением является окружность.

2) $d > r$, плоскость не имеют общих точек со сферой.

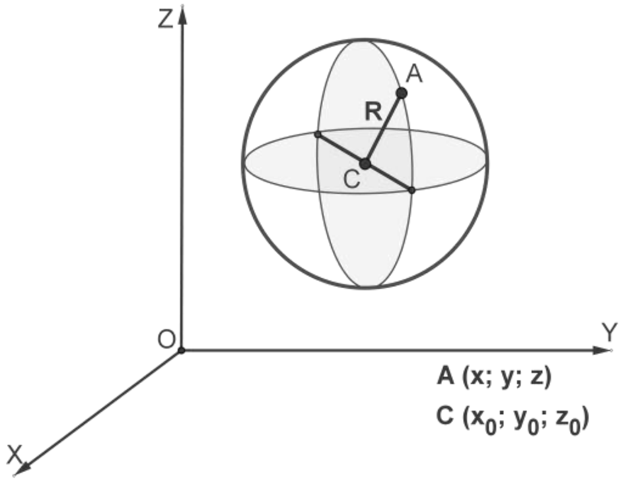
3) $d = r$, плоскость касается окружности в точке.

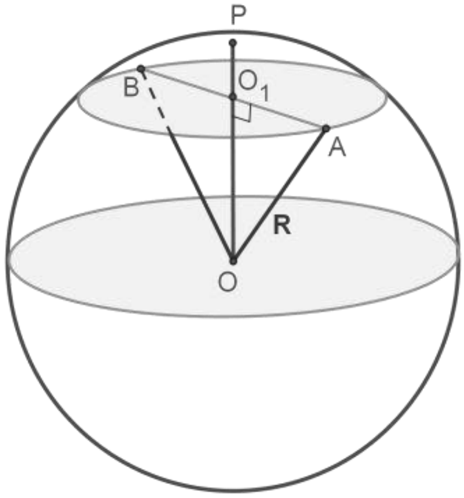
Теорема 1: Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

Теорема 2: Если радиус сферы, перпендикулярен к плоскости, проходящей через конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.

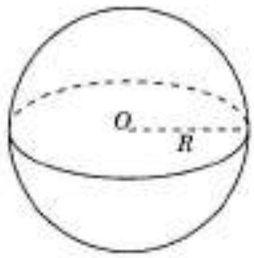
Площадь поверхности сферы вычисляется по формуле:

$S = 4\pi R^2$, где R — радиус шара.





10. Площадь поверхности шара 35 $см^2$. Радиус шара увеличили в 2 раза. Найдите площадь поверхности нового шара.



Дано:

$S_{1\ \text{пов.шара}} = 35\ см^2$

$R_2 = 2R_1$

Найти: $S_{2\ \text{пов.шара}}$—?

Решение:

Площадь поверхности шара находится по формуле: $S = 4\pi R^2$.

Площадь поверхности и радиус первоначального шара обозначим через $S_{1\ \text{пов.шара}}$ и R_1 соответственно, а площадь поверхности и радиус нового шара обозначим через $S_{2\ \text{пов.шара}}$ и R_2 соответственно. Т.к. радиус нового шара в два раза больше первоначального, то $R_2 = 2R_1$. Площадь поверхности первоначального шара равен: $S_{1\text{ пов.шара}} = 4\pi R_1^2$, а площадь поверхности нового шара равен: $S_{2\text{ пов.шара}} = 4\pi R_2^2$.

Подставим данные в первую формулу и найдем радиус первоначального шара:

$$S_{1\text{ пов.шара}} = 4\pi R_1^2$$

$$35 = 4\pi R_1^2$$

$$R_1^2 = \frac{35}{4\pi}$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{35}{4\pi}}$$

$R_1 = \frac{\sqrt{35}}{2\sqrt{\pi}}$, теперь мы можем найти R_2:

$$R_2 = 2 \cdot \frac{\sqrt{35}}{2\sqrt{\pi}}$$

$R_2 = \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{\pi}}$, зная сторону нового куба, найдем его объем:

$$S_{2\text{ пов.шара}} = 4\pi R_2^2$$

$$S_{2\text{ пов.шара}} = 4\pi \left(\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{\pi}}\right)^2$$

$$S_{2\text{ пов.шара}} = 4\pi \cdot \frac{35}{\pi}$$

$S_{2\text{ пов.шара}} = 140$.

Ответ: $S_{2\text{ пов.шара}} = 140$.

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Вариант 1.

1. Вычислить:1) $\sqrt[4]{16\cdot 0{,}0001}$ 2) $\log_3\frac{1}{27}$ 3) $\cos\frac{\pi}{6}\cdot\cos\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{3}\cdot\cos\frac{\pi}{2}$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_4 x = 3$ 2) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $3x^4 = 9$ 4) $6^{x+2} = 36$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 10^x$ 2) $y = \log_{0,7} x$

3) $y = \sqrt[6]{x}$ 4) $y = \frac{x}{x-2}$ 5) $y = \operatorname{ctg} x$.

4. Вычислить: 1) A_9^3 2) C_9^9.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или валет черной масти или шестерка.

6. Найти $y'(-1)$, если $y = -x^2$.

7. Найти $\int_1^2 3x^2\,dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=10 см, AC=8 см. Найти tg A.

9. Объем прямоугольного параллелепипеда 1 $см^3$. Все измерения параллелепипеда увеличили в 2 раза. Найдите объем нового параллелепипеда.

10. Площадь боковой поверхности цилиндра 16 $см^2$. Радиус основания и высоту увеличили в 2 раза. Найдите площадь боковой поверхности нового цилиндра.

Вариант 2.

1. Вычислить: 1) $\sqrt[5]{243}\cdot\frac{1}{33}$ 2) $\log_{\frac{1}{3}} 81$ 3) $2\sin 0 + 3\cos\frac{\pi}{2} - 4\sin\frac{\pi}{2}$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_3 x = 3$ 2) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $3x^4 = 12$

4) $11^{x+4} = 121$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 4^x$ 2) $y = \log_{\sqrt{3}} x$

3) $y = \sqrt{x-1}$ 4) $y = \frac{8}{x-4}$ 5) $y = 2\operatorname{ctg} x$.

4. Вычислить: 1) A_{10}^3 2) C_{10}^9.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или валет красной масти или шестерка красной масти.

6. Найти $y^{/}(2)$, если $y = \frac{1}{x}$.

7. Найти $\int_1^3 4x\,dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=60 см, AC=48 см. Найти tg A.

9. Объем куба 16см^3. Все ребра куба уменьшили в 2 раза. Найдите объем нового куба.

10. Площадь поверхности шара 36 см^2. Радиус шара уменьшили в 3 раза. Найдите площадь поверхности нового шара.

Вариант 3.

1. Вычислить: 1) $\sqrt[5]{243 \cdot 0{,}00032}$ 2) $\log_2 16$ 3) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} \cdot \sin\frac{\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}$.

2. Решить уравнение: 1) $\lg x = 1$ 2) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $0{,}1x^3 = 100$

4) $5{,}2^{x+1} = 5{,}2$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 0{,}3^{2x}$ 2) $y = \log_{0,3} x$

3) $y = \sqrt{x+3}$ 4) $y = \frac{1}{x-10}$ 5) $y = 4\operatorname{tg} x$.

4. Вычислить: 1) A_8^5 2) C_8^7.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или дама, или семерка черной масти.

6. Найти $y^{/}(2)$, если $y = x^3$.

7. Найти $\int_1^3 6x^2 dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=15 см, AC=12 см. Найти tg A.

9. Объем конуса равен 1 см^3. Радиус основания и высоту увеличили в 2 раза. Найдите объем нового конуса.

10. Площадь боковой поверхности прямой треугольной призмы равна 17 см^2. Стороны основания призмы увеличили в 2 раза. Найдите площадь боковой поверхности новой призмы.

Вариант 4.

1. Вычислить: 1) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$ 2) $\log_{\frac{1}{2}} 64$ 3) $\text{tg}^2\frac{\pi}{4}\cdot\sin\frac{\pi}{3}\cdot\text{tg}^2\frac{\pi}{3}$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_{27} x = 1$ 2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $2x^{\frac{1}{3}} = 1$

4) $12^{x+1} = 144$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 2{,}3^x$ 2) $y = \log_5 x$

3) $y = \sqrt{x-13}$ 4) $y = \frac{x}{x-8}$ 5) $y = \sin 2x$.

4. Вычислить: 1) A_7^4 2) C_7^5.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или дама красной масти или семерка красной масти.

6. Найти $y'(9)$, если $y = \sqrt{x}$.

7. Найти $\int_{-2}^{-1} 3x^2\,dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=100 см, AC=80 см. Найти tg A.

9. Объем шара равен $36\,\pi$см^3. Найти площадь поверхности шара.

10. Площадь осевого сечения цилиндра равна 20см^2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Вариант 5.

1. Вычислить: 1) $\sqrt[6]{\frac{16}{0{,}25}}$ 2) $\log_5 25$ 3) $\sin^2\frac{\pi}{4} + \sin^2\frac{\pi}{3}$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_5 x = 3$ 2) $\cos x = 1$ 3) $x^5 = 32$

4) $9^{2x} = 81$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 2^x$ 2) $y = \log_2 x$

3) $y = \sqrt[4]{x+9}$ 4) $y = \frac{2}{x+3}$ 5) $y = 2\sin x$.

4. Вычислить: 1) A_6^3 2) C_6^6.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или король красной масти или восьмерка красной масти.

6. Найти $y'(-2)$, если $y = x^{-2}$.

7. Найти $\int_{-1}^{2} 4x\,dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=26 см, AC=10 см. Найти tg A.

9. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Объем конуса равен 39 см^3. Найдите объем цилиндра.

10. На покраску тела, представляющего собой полушар, ушло 3 л краски. Сколько краски уйдет на покраску целого шара того же радиуса?

Вариант 6.

1. Вычислить: 1) $\sqrt[4]{54 \cdot 24}$ 2) $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}}$ 3) $\sin\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{4} \cdot \sin\frac{\pi}{3} \cdot \sin 0$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_4 x = 4$ 2) $\sin x = -1$ 3) $2x^5 = 64$ 4) $1{,}2^{2x-1} = 1{,}2$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 1{,}7^x$ 2) $y = \ln x$ 3) $y = \sqrt[16]{x-16}$ 4) $y = \frac{3}{x-4}$ 5) $y = 0{,}7\ \cos x$.

4. Вычислить: 1) A_5^2 2) C_5^4.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или король, или восьмерка черной масти.

6. Найти $y'(-2)$, если $y = -x^{-2}$.

7. Найти $\int_{-1}^{2} 5x^4\,dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=30 см, BC=$12\sqrt{6}$ см. Найти $\sin$ B.

9. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Объем конуса равен 27 см^3. Найдите объем цилиндра.

10. Что больше: площадь поверхности куба с ребром 3 см, или площадь поверхности шара с радиусом 3 см? Во сколько раз?

Вариант 7.

1. Вычислить: 1) $\sqrt[4]{\frac{16}{0{,}0625}}$ 2) $\log_5 625$ 3) $2\sin\frac{\pi}{2} - 3\cos\pi + \sin\frac{3\pi}{2}$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_3 x = 1$ 2) $\sin x = -\frac{1}{2}$ 3) $2x^5 = -64$

4) $10^{3x} = 1000$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 1{,}73^x$ 2) $y = \lg x$

3) $y = \sqrt[8]{x+27}$ 4) $y = \frac{4}{x+5}$ 5) $y = \cos 0{,}7x$.

4. Вычислить: 1) A_{11}^{10} 2) C_{11}^{8}.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или туз красной масти или девятка.

6. Найти $y^{/}(3)$, если $y = 3x^2$.

7. Найти $\int_{\frac{1}{2}}^{1} 8\,dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=34 см, BC=$17\sqrt{3}$ см. Найти $\sin$ B.

9. В правильной треугольной пирамиде SABC объем равен 88 см^3, высота 24 см. Найти площадь треугольника ABC.

10. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 3 см, а высота 6 см.

Вариант 8.

1. Вычислить: 1) $\sqrt[5]{162 \cdot 48}$ 2) $\log_6 \frac{1}{\sqrt{6}}$ 3) $\cos\frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$.

2. Решить уравнение: 1) $\lg x = 2$ 2) $\operatorname{tg} x = 1$ 3) $0{,}3x^3 = 8{,}1$

4) $8^x = 0{,}125$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 0{,}55^x$ 2) $y = \log_\pi x$

3) $y = \sqrt[10]{x - 10{,}5}$ 4) $y = \frac{5}{6-x}$ 5) $y = 10 \operatorname{tg} x$.

4. Вычислить: 1) A_{12}^{10} 2) C_{12}^{12}.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или туз, или девятка красной масти.

6. Найти $y^{/}(-1)$, если $y = 2x^4$.

7. Найти $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=25 см, BC=$5\sqrt{21}$ см. Найти $\sin$ B.

9. В правильной треугольной пирамиде SABC объем 28 $м^3$, высота SO равна 12 м. Найти площадь треугольника ABC.

10. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 2 см, а высота 6 см.

Вариант 9.

1. Вычислить: 1) $\sqrt{1\frac{11}{25}}$ 2) $\log_7 \frac{1}{49}$ 3) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} \cdot \cos^2\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3}$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_{13} x = 1$ 2) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ 3) $\frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}} = 0{,}25$

4) $10^x = 0{,}01$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 3{,}3^x$ 2) $y = \log_{\sqrt{5}} x$

3) $y = \sqrt[6]{x+1}$ 4) $y = \frac{7}{7-x}$ 5) $y = 10 \operatorname{ctg} x$.

4. Вычислить: 1) A_3^1 2) C_{13}^{10}.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или десятка красной масти или валет красной масти.

6. Найти $y^{/}(0{,}5)$, если $y = 2x^2$.

7. Найти $\int_1^2 (4x+3)\,dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=20 см, BC=$8\sqrt{6}$ см. Найти $\sin$ B.

9. Через середину высоты конуса проведено сечение, параллельное основанию. В каком отношении разделится объем конуса?

10. Площадь большего круга шара равна 23 $см^2$. Найти площадь поверхности шара.

Вариант 10.

1. Вычислить: 1) $\sqrt{2\frac{2}{49}}$ 2) $\log_3 81$ 3) $\cos^2\frac{\pi}{6} - \cos^2\frac{\pi}{4}$.

2. Решить уравнение: 1) $\log_7 x = 2$ 2) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 3) $x^{\frac{1}{2}} = 4$

4) $0{,}5^{x+2} = 0{,}25$.

3. Найти область определения функции: 1) $y = 5{,}4^x$ 2) $y = \log_{\sqrt[3]{4}} x$

3) $y = \sqrt[12]{12 - x}$ 4) $y = \frac{x}{7-x}$ 5) $y = 0{,}7 \sin x$.

4. Вычислить: 1) A_4^2 2) C_{14}^{14}.

5. Из колоды карт 36 листов вынимают 1 карту. Найти вероятность того, что эта карта или десятка черной масти или дама черной масти.

6. Найти $y^{/}(5),$ если $y = \sqrt{x-1}$.

7. Найти $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos x \, dx$.

8. В треугольнике ABC угол C равен 90^0, AB=55 см, AC=44 см. Найти tg A.

9. Два цилиндра имеют одинаковую высоту, радиус основания второго цилиндра в 2 раза меньше, чем первого. Объем первого цилиндра 12 м^3. Найти объем второго цилиндра.

10. Во сколько раз поверхность шара радиусом 2 см больше поверхности кура с ребром 2 см?

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОБРАЗЕЦ ОБЛОЖКИ ТЕТРАДИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ
«Владивостокский морской рыбопромышленный колледж»
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный университет»
(«ВМРК» ФГБОУ ВО «Дальрыбвтуз»)
ЗАОЧНОЕ ОБУЧЕНИЕ
Владивосток, ул. Кирова, 93

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине ___________________Математика____________________________
____ вариант _______________
специальности ____
____курс _______ шифр ______________
Ф.И.О.____
Контрольная работа получена на заочном отделении «____» ________ 20 ___ г.
Оценка работы____
Преподаватель_____________________________________ /___________________/
Дата проверки «_______» ________ 20 ___ г.