ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ

«Владивостокский морской рыбопромышленный колледж»

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения

высшего образования

«Дальневосточный государственный технический рыбохозяйственный

университет»

(«ВМРК» ФГБОУ ВО «Дальрыбвтуз»)

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

ПО ДИСЦИПЛИНАМ ОГСЭ, ЕН, ОП

Специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

Владивосток

2021

ОДОБРЕНА
Цикловой комиссией
ОГСЭ и МД
Председатель:
_____ _____Т.Ю. Багрова
Протокол № 7 от 24.03.2021 г.

Методические рекомендации составлены в соответствии с требованиями ФГОС СПО к уровню подготовки специалистов среднего звена по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование

Методические рекомендации содержат указания и пояснения для студентов по организации учебной деятельности в рамках освоения дисциплин ОГСЭ, ЕН,ОП согласно учебного плана реализуемой специальности. В них представлены общие указания к подготовке и выполнению различных видов аудиторных работ, а также к организации самостоятельной работы студентов.

Составитель преподаватель ВМРК Д.П. Журавлева

СОДЕРЖАНИЕ

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОГСЭ.01 Основы философии

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОГСЭ.02 История

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОГСЭ. 03 Психология общения

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОГСЭ.04 Иностранный язык в профессиональной деятельности (английский язык)

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОГСЭ.05 Физическая культура

Методические рекомендации по освоению дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики

Методические рекомендации по освоению дисциплины ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики

Методические рекомендации по освоению дисциплины ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.01 Операционные системы и среды

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.02 Архитектура аппаратных средств

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.03 Информационные технологии

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.04 Основы алгоритмизации и программирования

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.05 Правовое обеспечение профессиональной деятельности

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.06 Безопасность жизнедеятельности

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.07 Экономика отрасли

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.08 Основы проектирования баз данных

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.09 Стандартизация, сертификация и техническое документоведение

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.09 Стандартизация, сертификация и техническое документоведение

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.10 Численные методы

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.11 Компьютерные сети

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОП.12 Менеджмент в профессиональной деятельности

Владивосток
2021

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОГСЭ.01 Основы философии

Аннотация

Методические рекомендации по дисциплине ОГСЭ.01 Основы философии предназначены для реализации Федерального государственного образовательного стандарта при подготовке студентов по специальностям среднего профессионального образования. Методические рекомендации включают в себя: методические рекомендации по организации работы студентов в ходе лекционных занятий, методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям, методические рекомендации для подготовки доклада (сообщения) и методические рекомендации по организации самостоятельной работы.

Пояснительная записка

Учебная дисциплина ОГСЭ.01 Основы философии относится к общему гуманитарному и социально-экономическому циклу программы подготовки специалистов среднего звена, изучение которой направлено, прежде всего, на формирование у студентов навыков философской рефлексии, развитие способности студентов к критическому осмыслению изучаемого материала. Дисциплина ОГСЭ.01 Основы философии помогает студентам ориентироваться в наиболее общих философских проблемах бытия, познания, ценностей, свободы и смысла жизни как основе формирования культуры гражданина и будущего специалиста.

Выпускник СПО должен иметь ясное представление о процессах и явлениях, происходящих в природе в обществе, необходимое для решения профессиональных задач. Цель методических рекомендаций по дисциплине ОГСЭ.01 Основы философии - формирование научного мировоззрение и диалектическую культуру творческого мышления студентов, развивать критичность самосознания, вырабатывать умение аргументировано вести дискуссию, прививать

навыки устного выступления, научить применять общие философские принципы к анализу общественных явлений и данных специальных наук.

Методические рекомендации по организации работы студентов в ходе лекционных занятий

Работа на лекции - первый важный шаг к уяснению учебного материала, поэтому при изучении дисциплины следует обратить особое внимание на конспектирование лекционного материала. От умения эффективно воспринимать, а затем и усваивать подаваемый лектором материал во многом зависит успех обучения. Умение слушать и адекватно реагировать на получаемую информацию важно и при работе по организации того или иного процесса, при проведении различного рода семинаров, собраний, конференций и т.д.

В качестве методической рекомендации для улучшения процесса усвоения лекции может выступать план лекции. Основные его моменты заключаются в следующем.

1. Выделение основных положений. Нельзя запомнить абсолютно все, что говорит лектор, выступающий. Однако можно и нужно запомнить его основные мысли. Опытный лектор специально выделяет основные положения своей лекции и разъясняет их. Но часто это приходится делать самостоятельно самому слушателю.

Для выделения основных положений в лекции необходимо обращать внимание на вводные фразы, используемые лектором для перехода к новым положениям (разделам) лекции.

2. Поэтапный анализ и обобщение. Во время лекции преподавателя необходимо периодически анализировать и обобщать положения, раскрываемые в его лекции. Подходящим моментом для этого является заявление лектора (возможно, стандартной фразой, например, «далее», «итак», «таким образом», «следовательно» и т.д.) о том, что он переходит к другому вопросу.

3. Постоянная готовность слушать лекцию до конца. Когда известно, что

предстоит выслушать длинную лекцию, возникает соблазн заранее решить, что ее слушать не стоит. Если так и происходит, то внимание студента сознательно переключается на что-то другое, а сам учащийся старается убедить себя в том, что данная лекция действительно не заслуживает его внимания. В других случаях студент некоторое время внимательно относится к прослушиванию лекционного материала, а затем, решив, что он не представляет для него особого интереса, отвлекается. В связи с этим предлагается следующая рекомендация - нельзя делать преждевременной оценки лекции, надо приучить себя внимательно выслушивать до конца любую лекцию, любое выступление.

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Практические занятия по курсу ОГСЭ.01 Основы философии имеют существенное значение для усвоения и закрепления изучаемого теоретического материала. Они являются логическим продолжением лекционного курса и представляют собой конкретизацию и детализацию рассматриваемых проблем, сосредотачивая внимание на отдельных концептах, парадигмах и аспектах философских учений. Практические занятия предназначены (через самостоятельное изучение и последующее коллективное обсуждение) помочь понять и закрепить в сознании студентов основные философские проблемы и пути их решения.

Задачи практических занятий:

1. становление и развитие познавательной мотивации студентов;
2. умение использовать полученные знания в дальнейшей учебной и профессиональной деятельности;
3. овладение понятийным аппаратом в области философии;
4. овладение умениями и навыками постановки и решения интеллектуальных проблем и задач, отстаивания своей точки зрения.

Кроме того, в ходе практического занятия преподаватель решает и такие частные задачи, как:

1. повторение и закрепление знаний;
2. контроль;
3. педагогическое общение.

Приступая к подготовке темы практического занятия, студенты должны, прежде всего, внимательно ознакомиться с его вопросами (по темам и вопросам практических занятий), а также учебной программой по данной теме. Учебная программа позволяет наиболее качественно и правильно сформулировать краткий план ответа, помогает лучше сориентироваться при проработке вопроса, способствует структурированию знаний. При подготовке к практическим занятиям следует использовать учебники, учебные пособия, хрестоматии, приведенные в списке основной и дополнительной литературы.

Студенты должны готовить все вопросы соответствующего занятия и, кроме того, обязаны уметь давать определения основным философским понятиям каждого занятия.

Отвечать на тот или иной вопрос рекомендуется наиболее полно и точно, при этом нужно уметь логически грамотно выражать и обосновывать свою точку зрения.

Поэтому для работы на практических занятиях необходимо самостоятельное изучение первоисточников, учебной, справочной и научно-критической литературы, указанной в планах. При выборе литературы следует ориентироваться на более новые издания, кроме того, подобранная литература должна отражать различные точки зрения на изучаемый вопрос.

Практические занятия проводятся в различных формах: диспута, коллоквиума, творческой дискуссии с использованием индивидуальных заданий (доклада).

Методические рекомендации для подготовки доклада (сообщения)

Одним из видов учебной работы, способствующей раскрытию творческой

индивидуальности обучающегося, может служить работа над докладом как видом его учебно-исследовательской деятельности в процессе подготовки к практическому занятию или зачету по изучаемой дисциплине.

Доклад - вид самостоятельной исследовательской работы, где студент раскрывает суть исследуемой проблемы; приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Этапы работы над докладом:

1. Подбор и изучение основных источников по теме (как и при написании сообщения, рекомендуется использовать не менее 3 источников).
2. Составление библиографического списка.
3. Обработка и систематизация материала.

Подготовка выводов и обобщений:

- тщательно изучите первоисточники;
- необходимо составить конспект первоисточников, выделяя узловые вопросы, касающиеся темы сообщения. На них будет уместно ссылаться и цитировать, готовя сообщение;
- целесообразно обращаться к биографии автора и справочной литературе;
- в заключительной части сообщения, делая выводы, необходимо указать то принципиально новое, что привнес мыслитель в развитие философского знания.

4. Разработка плана доклада.
5. Написание доклада.
6. Публичное выступление с результатами исследования. (Доклад может быть представлен в виде сообщения, презентации или слайд-фильма).

Важными критериями оценивания доклада (сообщения) являются: полнота раскрытия темы студентом, последовательность, аргументированность и убедительность ответа, способность отстаивать свою позицию, опираясь на знание материала; наличие собственных выводов по теме доклада.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы

В процессе освоения курса студенты должны усвоить категориальный аппарат философии. Для наиболее эффективного усвоения материала в процессе изучения курса особое место уделяется развитию творческих способностей студентов. Учебный процесс ориентируется на саморазвивающуюся личность, которая стремится к самопознанию и принятию самостоятельных решений. Именно благодаря самостоятельной работе формируются и развиваются профессиональные качества студентов.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

1. закрепления знаний обучающегося в области философии;
2. углубления и расширения общекультурного уровня студента;
3. формирования умений подбирать и использовать научную, справочную и др. литературу;
4. развития познавательных способностей студента, а также его творческого потенциала;
5. формирования навыков научно-исследовательской работы.

Для достижения указанных целей студент должен решать следующие задачи:

1. изучить рекомендованную литературу, уделяя особое внимание первоисточникам;
2. выполнять предлагаемые задания;
3. выполнять требования, предъявляемые преподавателем при подготовке к практическим занятиям.

Самостоятельная работа студента делится на аудиторную - во время которой студент составляет конспект лекций, принимает активное участие в работе на практическом занятии, и внеаудиторную - выполнение заданий, предложенных преподавателем на дом, а также подготовка к практическим занятиям.

Основным заданием для внеаудиторной самостоятельной работы является конспектирование текста. Данное задание выполняется при изучении каждой

темы учебного плана. Цель данного задания заключается в вычленении основ-

ных идей автора изучаемого исследования. В процессе выполнения данного задания студент конкретизирует изученную им информацию, которая в дальнейшем помогает ему при выступлении на практическом занятии и при подготовке к зачету или экзамену.

Заключение

Выполнение методических рекомендаций при изучении дисциплины ОГСЭ.01 Основы философии, знакомство с основными категориями и понятиями философии, спецификой философского знания, этапами развития философской мысли, структурой современного философского знания, основными философскими проблемами и главными методологическими подходами в их решении, позволит студентам успешно освоить курс и сформировать необходимые компетенции.

Актуальный список рекомендуемой основной и дополнительной литературы представлен в рабочей программе дисциплины ОГСЭ.01 Основы философии.

Владивосток
2021

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОГСЭ.02 История

Введение

Историческое знание - это крупнейший пласт и серьезная база в процессе развития других гуманитарных наук. Изучение истории всегда было актуальным и будет таковым до тех пор, пока внутри этноса или отдельного его представителя сохраняется хоть капля самосознания, патриотизма, культурности, а также осознания уникальности и неповторимости своей собственной цивилизации.

В современном мире историческое знание актуализируется ещё и потому, что сейчас идет процесс формирования единой мировой (глобальной) цивилизации. Этот процесс требует изучения влияния человеческого фактора на мировые процессы. Обобщая многовековой опыт прошлого, историческая наука вносит свой вклад в решение актуальных проблем современности. Исторической науке принадлежит важная роль в познании механизмов общественного развития, которые действуют в исторических конкретных ситуациях. Общественное сознание исторично по своей природе и в большей мере питается историческими знаниями.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен знать:

- основные направления развития ключевых регионов мира на рубеже веков (XX и XXI вв.);
- назначение ООН, НАТО, ЕС и других организаций и основные направления их деятельности;
- сущность и причины локальных, региональных, межгосударственных конфликтов во второй половине XX - начале XXI в.;
- основные процессы (интеграционные, поликультурные, миграционные и иные) политического и экономического развития ведущих государств и регионов мира.

Так же обучающийся должен уметь:

- ориентироваться в современной экономической, политической и культурной ситуации в России и мире;
- выявлять взаимосвязь отечественных, региональных, мировых социально-экономических, политических и культурных проблем.

Процесс изучения дисциплины «История» направлен на формирование следующих общих компетенций:

- ОК 1: Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
- ОК 2: Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.
- ОК 3: Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.
- ОК 4: Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.
- ОК 5: Использовать информационно-коммуникативные технологии в профессиональной деятельности.
- ОК 6: Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.
- ОК 7: Брать на себя ответственность за работу членов команды (подчиненных), за результат выполнения заданий.
- ОК 8: Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.
- ОК 9: Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

Владивосток
2021

Общие рекомендации по изучению дисциплины

Для успешного овладения дисциплиной необходимо выполнять следующие требования:

- посещать все лекционные и практические занятия;
- все рассматриваемые на лекциях и практических занятиях темы и вопросы обязательно фиксировать в тетради;
- обязательно выполнять все домашние задания, получаемые на лекциях или практических занятиях;
- в случаях пропуска занятий по каким-либо причинам, необходимо самостоятельно изучить соответствующий материал.

При изучении дисциплины «История» обучающимся рекомендуется пользоваться лекциями по дисциплине; учебниками и учебными пособиями; периодическими изданиями по тематике изучаемой дисциплины, рекомендуемый перечень литературы приведен в рабочей программе дисциплины «История».

Работа над конспектом лекции

Основу теоретического обучения студентов составляют лекции. Они дают систематизированные знания студентам о наиболее сложных и актуальных проблемах изучаемой дисциплины. На лекциях особое внимание уделяется не только усвоению студентами изучаемых проблем, но и стимулированию их активной познавательной деятельности, творческого мышления, развитию научного мировоззрения, профессионально-значимых свойств и качеств. Лекции по учебной дисциплине проводятся, как правило, как проблемные в форме диалога (интерактивные).

Осуществляя учебные действия на лекционных занятиях, студенты должны внимательно воспринимать действия преподавателя, запоминать складывающиеся образы, мыслить, добиваться понимания изучаемого предмета, применения знаний на практике, при решении учебно-профессиональных задач. Студенты должны аккуратно вести конспект. В случае недопонимания какой-либо

части предмета следует задать вопрос в установленном порядке преподавателю. В процессе работы на лекции необходимо так же выполнять в конспектах модели изучаемого предмета (рисунки, схемы, чертежи и т.д.), которые использует преподаватель.

Правильно законспектированный лекционный материал позволяет студенту создать устойчивый фундамент для самостоятельной подготовки, дает возможность получить и закрепить полезную информацию. Именно на лекции создаются основы для эффективной и плодотворной работы с информацией, которая нужна студенту, как в профессиональной, так и в повседневной жизни. Слушая лекцию, нужно из всего получаемого материала выбирать и записывать самое главное. Следует знать, что главные положения лекции преподаватель обычно выделяет интонацией или повторяет несколько раз.

Работу над конспектом лекции следует начинать с его доработки, желательно в тот же день, пока материал еще легко воспроизводим в памяти (через 10 часов после лекции в памяти остается не более 30-40 % материала). С целью доработки необходимо прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения, возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. Записи должны быть наглядными, для чего следует применять различные способы выделений. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект.

Подготовленный конспект и рекомендуемая литература используются при подготовке к семинарским и практическим занятиям.

Подготовка к практическим занятиям (семинарам)

По дисциплине история проводятся практические занятия в виде семинаров. Семинарские занятия необходимы для обобщения литературных источни-

ков, помогают студентам глубже усвоить теоретический материал, приобрести навыки творческой работы над историческими документами и первоисточниками.

Планы семинарских занятий, их тематика, рекомендуемая литература сообщаются преподавателем на лекционных занятиях.

При подготовке к практическому семинарскому занятию по дисциплине «История» следует:

- внимательно изучить задание, определить круг вопросов;
- определить список необходимой литературы и источников, используя список, предложенный в рабочей программе дисциплины;
- изучить рекомендованную литературу. Особое внимание необходимо обратить на содержание основных положений и выводов. В процессе этой работы необходимо понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале.

Заканчивать подготовку следует составлением плана и конспекта по изучаемому материалу (вопросу). План позволяет составить концентрированное, сжатое представление по изучаемым вопросам. Конспект составляется в свободной форме.

На семинаре каждый его участник должен быть готовым к выступлению по всем поставленным в плане вопросам, проявлять максимальную активность при их рассмотрении. Выступление должно строиться свободно, убедительно и аргументировано. Необходимо, чтобы выступающий проявлял собственное отношение к тому, о чем он говорит, высказывал свое личное мнение, понимание, обосновывал его и мог сделать правильные выводы из сказанного. При этом студент может обращаться к записям конспекта и лекций, непосредственно первоисточникам, использовать знание художественной литературы и искусства, факты и наблюдения современной жизни и т.д.

Вокруг выступления могут разгораться споры, дискуссии, к участию в которых должен стремиться каждый. В заключении преподаватель, как руководитель семинара подводит итоги. Он может выборочно проверить конспекты сту-

дентов и если потребуется внести в них исправления и дополнения.

Методические рекомендации по составлению конспекта

Конспект - сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности.

Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте.

Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного

Составление опорного конспекта

Опорный конспект - вид внеаудиторной самостоятельной работы студента по созданию краткой информационной структуры, обобщающей и отражающей суть материала лекции, темы учебника.

Опорный конспект - это наилучшая форма подготовки к ответу на вопросы.

Основная цель опорного конспекта - облегчить запоминание.

Этапы составления опорного конспекта:

1. изучить материалы темы, выбрать главное и второстепенное;
2. установить логическую связь между элементами темы;
3. представить характеристику элементов в краткой форме;
4. выбрать опорные сигналы для акцентирования главной информации и

отобразить в структуре работы.

Порядок организации работы с учебником и историческим источником.

Работа с учебником

Работа с учебником является неотъемлемой частью всего образовательного процесса. И от того, насколько грамотно будет построена эта работа, во многом зависит и эффективность обучения. Если говорить о работе с учебником, как о виде внеаудиторной самостоятельной работы, то прежде всего, нужно знать, какую тему Вы изучаете и какие цели ставите перед собой. Если это простое ознакомление с материалом, изучение темы в целом, нужно систематизировать процесс изучения, поставив перед собой ряд вопросов:

- Какова главная мысль темы (главы, параграфа, пункта и т. д.)?
- Какие события, факты изучаются в данной теме, где и когда они происходят?
- Кто являются действующими лицами и какие цели они преследуют?
- Какова причинно-следственная связь между событиями?
- Какие выводы можно сделать на основании изученного материала?
- Если изучаются события, факты, связанные с отдельно взятыми городом, регионом, страной, вспомните, какие события в этот период происходили в стране, в мире?

Такие вопросы нужно ставить как для всей темы в целом, так и для каждой главы (параграфа, пункта).

После прочтения материала, перескажите его и ответьте на вопросы в учебнике. Вне зависимости от их наличия и постановки, ответьте на вопросы, указанные выше.

Если это составление **плана-конспекта**, необходимо после прочтения материала:

- выделить основную мысль;
- разбить материал на пункты (простой план), на пункты и подпункты (сложный план) в зависимости от рассматриваемых в них событий, фактов, озаглавить их (в учебниках они обычно выделены) и определить главное;

- письменно записать план изучаемого материала, делая для каждого пункта, подпункта тезисы (кратко сформулированные основные положения);
- письменно сделать выводы по существу материала для каждого пункта, подпункта и для всей темы в целом.

Для выделения главного руководствуйтесь схемой вопросов, указанных выше: кто (что), где и когда? Каковы цели, причины, следствия?

Для выполнения других видов самостоятельных работ по учебнику смотрите соответствующие разделы рекомендаций.

Работа с историческим источником

К историческим источникам относят практически все документы и предметы, отражающие исторический процесс. Из исторических источников мы узнаем информацию, поэтому выполнение внеаудиторных самостоятельных работ невозможно представить себе без работы с источниками. Например, учебник также можно рассматривать как вид исторического источника. Но работа с учебником и работа с остальными источниками имеют свою специфику. Прежде, чем изучать источник, необходимо определить:

- тип источника (официальный документ, художественное произведение, записки, и т. д.);
- первичность (оригинал) и вторичность (перевод);
- автора (для оригинала), переводчика (для перевода);
- время и место издания;
- полный это текст или отрывок;
- достоверность;
- объективность.

Достоверность и объективность определять достаточно трудно. Даже в наше время, при наличии свидетелей и документальных подтверждений, одни и те же события трактуются по-разному. Однако делать это нужно, поскольку только так можно приблизиться к объективному и полному изучению материала.

Например, изучая древнеегипетский текст, известный как «Речения Ипусера», нужно ссылаться на известные данные. В данном случае точно установить ни автора, ни время, ни сами описываемые события невозможно. Точнее, существуют разные мнения ученых-востоковедов по этому поводу, на них и нужно ссылаться при работе с источником. А при изучении Приказа НКО СССР № 227 «О мерах по укреплению дисциплины и порядка в Красной Армии и запрещению самовольного отхода с боевых позиций» от 28.07.1942 («Ни шагу назад») достаточно сделать ссылку на источники, где хранится документ, кем, где и когда он был опубликован. Данные по документу не вызывают сомнений. Спорным является только нравственный аспект содержания документа, но это уже тема для размышлений.

При изучении любого текстового материала необходимо учитывать (и указывать) кто, где и при каких обстоятельствах его писал. Из этого можно сделать выводы об объективности материала. Например, статьи в газетах воюющих стран, описывающих одни и те же события будут весьма отличаться друг от друга, а значит, по крайней мере, одна из них будет необъективна.

Остальную же работу с источником следует проводить с учетом поставленных целей и по аналогии с работой с учебником.

Подготовка доклада, сообщения, реферата, эссе.

Подготовка доклада, сообщения

Доклад - достаточно распространенный вид внеаудиторной самостоятельной работы. Он позволяет глубже изучить недостаточно освещенные в учебниках темы (разделы тем). Весьма часто студенты просто копируют из Интернета текстовый материал, а затем монотонно читают его перед скучающей аудиторией. Сразу нужно отметить, что такая работа не может рассматриваться как значимая и не должна оцениваться. Кроме того, также существуют различные мнения по поводу определения разницы между докладом и сообщением, а также в вопросах их оформления.

Доклад отличается от сообщения, прежде всего, большим объемом

информации. Оптимальное время доклада - 5 - 7 минут. Оптимальное время сообщения - 3 - 4 минуты. Другое отличие состоит в том, что доклад - это небольшая научная работа, а сообщение это дополнительная информация к теме. Поэтому работа над **докладом** требует выполнения ряда правил:

- выбор темы и цели;
- подбор литературы, изучение и анализ;
- составление плана;
- оформление работы.

Структура доклада должна включать:

- титульный лист;
- содержание;
- введение;
- основная часть (по пунктам);
- заключение;
- источники.

Во введении (половина страницы) указываются тема, актуальность, цели работы.

Основная часть (5-15 страниц) может делиться на пункты и подпункты, логически взаимосвязанные между собой.

В заключении (половина страницы) делаются выводы по существу достигнутых целей.

Также в докладе могут быть иллюстрации, таблицы. Они могут размещаться и по ходу текста в основной части, и отдельно в приложениях и последовательно нумероваться (например, Рисунок 1, Таблица 1, Приложение 1).

Список источников должен включать в себя 3-5 наименований литературных произведений (не считая учебной литературы).

Доклад не должен зачитываться целиком. Автор должен оформить на отдельном листе основные пункты, по которым он будет излагать свой материал. Все пункты должны быть логически взаимосвязаны так, чтобы в результате

получился цельный, последовательный рассказ.

Требования к **сообщению** не такие строгие. Точнее, к его оформлению. Его изначально можно оформить на одном листе, предназначенном для автора. В остальном же, сообщение делается по тем же пунктам, что и доклад и отличается только объемом информации. Но все же, более грамотно будет и доклад, и сообщение оформлять по аналогичной схеме.

Подготовка реферата

Реферат отличается от доклада большим объемом и более глубоким раскрытием темы. Структура реферата такая же, как и у доклада (см. выше), но имеет свои особенности. Во-первых, объем реферата составляет 20 - 30 страниц (соответственно увеличивается объем введения и заключения). Во- вторых, цели реферата изначально должны предполагать достаточно глубокое изучение материала и наличие авторского вывода по существу изучаемого вопроса, либо подтверждающее, либо опровергающее уже известные факты, версии, либо раскрывающие принципиально новые (малоизученные) исторические вопросы. В-третьих, во введении обязательно, помимо, целей, должны указываться задачи, то есть составляющие, по которым автор должен прийти к раскрытию целей. Кроме того, желательно (но необязательно) указать объект и предмет исследования. Объект - это область исследования, а предмет - узкая часть этой области, аспект проблемы, выбранной для изучения. Обычно тема реферата обозначает предмет исследования. Например, в теме «Роль ленд- лиза в Великой Отечественной войне» объектом исследования будет вся война, а предметом - непосредственно ленд-лиз (применительно к Советскому Союзу). Далее, во введении должна быть приведена характеристика содержания всех основных пунктов работы. В-четвертых, выводы должны содержаться по каждой части реферата. В-пятых, список источников должен включать в себя не менее 10 литературных произведений (не считая учебной литературы).

Также, реферат должен иметь аннотацию (идет перед содержанием), в которой раскрываются актуальность и новизна проведенной работы,

обозначаются ее тематика и основные тезисы. Этот объем информации нужно изложить максимально кратко, в пределах одной страницы. Аннотация во многом сходна с введением, но они не должны дублировать друг друга.

Итак, с учетом вышеизложенного, структура реферата включает в себя:

- титульный лист;
- аннотация (1 стр.);
- содержание;
- введение (1 - 2 стр.);
- основная часть (по пунктам) (20 - 25 стр.);
- заключение (1 - 2 стр.);
- источники.

Написание эссе

Эссе (фр. essai - попытка, проба, очерк; лат. exagium - взвешивание) - литературный жанр, прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции (по Большой Советской Энциклопедии). Эссе - размышление на тему. Оно выражает индивидуальные впечатления автора по конкретному поводу, предмету и не претендует на исчерпывающую или определяющую трактовку темы. Этот вид работы предназначен, прежде всего, для развития творческих способностей и самовыражения.

Каких-то стандартов по написанию эссе не существует и не может существовать. Эссе - сугубо авторское произведение. Оно субъективно. Но определенные рекомендации по его написанию все же есть.

Прежде всего, нужно выбрать тему и грамотно ее сформулировать. Формулировка темы должна предполагать возможность авторского подхода к ее освещению. Например, трудно что-то внести новое в освещение вопроса о причинах поражения Красной армии в первые дни Великой Отечественной войны - они всем известны и достаточно полно приводятся в учебниках. Ответ на этот вопрос можно дать только по принципу «знаю - не знаю». Также, как нельзя

добавить что-то «своего» в описание хода военных действий (если открываются новые факты, то это становится уже не предметом эссе, а научного исследования). Но зато вполне можно поразмышлять о роли партизанского движения, о роли работников тыла, о правомерности использования штрафбатов и штрафрот и т. д. Чаще всего эссе пишут на предложенную тему (либо на выбор из ряда предложенных). Как правило, это какое-то известное высказывание, какой-то сложившийся стереотип, какое-то утверждение, предполагающее возможность неоднозначного комментария.

Далее, следует оговорить объем. Не следует делать объем очень большим, как у реферата. Не следует делать объем очень маленьким, меньше, чем у доклада. Нужно понимать, что в эссе с одной стороны должен раскрываться поставленный вопрос, с другой - все это должно излагаться и анализироваться в течение нескольких минут на уроке. Оптимальный объем - 3 - 5 страниц. Но все же, объем в каждом конкретном случае должен оговариваться отдельно.

Структура эссе очень схожа со структурой доклада, сообщения, реферата. Она состоит из: 1) введения; 2) основной части; 3) заключения.

Во введении объясняется выбор темы, ее актуальность. Определяется проблема и отношение студента к ней.

В основной части раскрываются известные мнения по поводу проблемы. Если эссе пишется по какому-то авторскому высказыванию (произведению), то описывается видение автором сути проблемы (если это известно). А затем уже раскрывается сове мнение, свое отношение к ней. Например, «Цель оправдывает средства». Это выражение чаще всего приписывают итальянскому философу и государственному деятелю Никколо Макиавелли (XV - XVI вв.), что точно не доказано. Можно вначале рассказать о средневековых взглядах на суть проблемы, взглядах того же Макиавелли. Можно рассказать о трансформации взглядов и их применении на практике в более поздний период.

Например, в XX веке было еще две фразы: «Революцию в белых перчатках не делают» и «Лес рубят - щепки летят». Первую обычно приписывают Владимиру Ленину, вторую, кстати, известную поговорку, - Иосифу Сталину. И то, и другое

также не доказано. В данном случае не обязательно приводить исторические сведения о том, кто впервые, где и когда употреблял эти выражения. Можно объяснить их смысл и высказать свое мнение по этому вопросу.

Свое мнение уместнее всего высказывать в следующей форме: тезис - аргумент. Например, можно сказать о том, что авторы этих выражений считали, что для построения великого государства все средства хороши, что в таком большом деле нельзя обойтись без издержек. А затем, можно уже порассуждать на тему, как к этому относиться. Привести аргументы «за» и «против». Использовать как историческую практику, так и свой личный опыт. Можно ссылаться на другие «авторитеты».

В заключении подводятся итоги и делается общий вывод по теме. Нужно стараться не повторять уже высказанные мысли.

Работа по составлению таблиц по истории и кроссвордов

Таблица - это краткая систематизированная информация об основных положениях рассматриваемого вопроса. Студенты, заполняя таблицы, не только более глубоко изучают материал, но и развивают логическое мышление, умение выделять главное и второстепенное, умение систематизировать материал. Преподаватель, проверяя составленные и заполненные студентами таблицы, может сделать выводы о том, насколько хорошо студенты ориентируются в изучаемой теме.

Прежде всего, необходимо выяснить, какой вопрос вы собираетесь осветить: всю тему целиком, либо отдельные ее пункты (это уместно при составлении таблиц по темам, охватывающим очень широкий круг вопросов). Не нужно стараться внести в таблицу все имеющиеся сведения. Далее, при составлении таблицы необходимо учесть те признаки, по которым материал можно систематизировать. Эти признаки и должны стать основой для составления таблицы и послужить названиями граф. Например, в теме «Древний Восток» такими критериями могут быть общие признаки, по которым

можно сравнить изучаемые государства [Таблица 1]. В теме «Политические партии в России в начале XX века», ввиду большого объема изучаемого материала, такими критериями могут быть: политические партии и рассматриваемые ими основные вопросы (рабочий, крестьянский, национальный, государственное устройство, отношение к войне) [Таблица 2]. Более подробная таблица по той же теме предполагает ряд дополнительных критериев [Таблица 3]. Тема «Вторая мировая война» охватывает очень большой круг вопросов, поэтому уместнее выделить отдельные критерии для конкретных пунктов темы (например, военно-экономический потенциал воюющих стран, либо основные этапы войны) [Таблица 4].

Таблица 1. Древний Восток

Линии сравнения	Египет	Индия	Китай
Власть			
Законы			
Социальная структура			
Государство и общество			

Таблица 2. Политические партии в России в начале XX века

Политические партии	Основные вопросы					
Линии сравнения	РСДРП		ПСР (эсеры)	ПНС (кадеты)	Союз 17 октября	Монархисты
	Большевики	Меньшевики				
Лидеры						
Социальный состав, численность						
Основные вопросы: Рабочий						
Основные вопросы: Крестьянский						
Основные вопросы: Национальный						
Основные вопросы: Государственное устройство						
Основные вопросы: Отношение к войне						
Тактика						
Деятельность, результат						

Таблица 4. II Мировая война: основные этапы

Периоды	Воюющие стороны		Фронт, место боевых действий	Основные события	Итоги
1939					
1940					
1941					
1942					
1943					
1944					
1945					

Нужно учесть, что таблицы должны завершаться логическими выводами по существу рассматриваемых вопросов. Например, вывод по основным этапам II Мировой войны может быть о том, что военные действия велись в Азии, Африке, на Тихом океане в 1939 - 1945 гг., но основные события разворачивались в Европе на советско-германском фронте в 1941 - 1945 гг. Что успехи Германии в 1939 - 1941 гг. сменились первыми поражениями (в ходе

битвы за Москву) и переломом в войне в пользу СССР (коренной перелом в ходе Сталинградской битвы, Курской битвы, битвы за Днепр), изгнанием врага из СССР в 1944 г. и его полным разгромом в мае 1945 г. Что, несмотря на открытие Второго фронта в Нормандии, поражение Германии связано с наступлением Красной армии.

Также следует учесть, что выводы по существу не рассматриваемых в таблице вопросов (например, причины побед и поражения Германии, итогов войны), должны либо оговариваться отдельно, либо быть сделаны в другой форме (например, устно, при изучении темы или письменно, при составлении плана-конспекта).

Составление кроссвордов

Составление кроссвордов - один из самых несложных и интересных для студентов вид самостоятельной работы. Тем не менее, и для составления кроссвордов должны быть применены определенные правила:

- Определение списка слов. Слова должны быть подобраны по определенной теме. Это способствует ее лучшему изучению.
- Составление кроссворда. Желательно (в эстетических целях), чтобы кроссворд был симметричным. Также желательно, чтобы слова пересекались, по возможности, не один раз. Это позволяет исключить возможность нахождения сразу нескольких подходящих и по смыслу, и по написанию ответов.
- Составление вопросов к кроссворду. Вопросы должны быть составлены в повествовательном ключе и грамотно во всех отношениях: в историческом, в эстетическом, в отношении правописания. Вопросы типа «И железный, и мокрый» (ключ) больше подходят для кроссвордов из бульварных газет, а не для самостоятельной работы студента.
- Оформление кроссворда. Кроссворд должен быть красиво и грамотно оформлен. Для этого потребуется несколько листов формата А4. В структуру кроссворда входят: 1) обложка; 2) сам кроссворд; 3) вопросы к кроссворду; 4)

ответы. Каждый элемент - на новом листе.

Желательно применять в кроссвордах иллюстрации, ребусы и другие нестандартные варианты вопросов.

Подготовка слайд-шоу (презентации)

Слайд-шоу (презентации) - весьма распространенный вид внеаудиторной самостоятельной работы. Подготовка презентаций позволяет развивать творческие способности и лучше изучить материал. Но очень часто при их подготовке встречаются ошибки. Что же должна представлять собой презентация? Прежде всего, это видеоматериал, сопровождающий рассказ, но не заменяющий его. Для этого презентация должна быть читаемой, воспринимаемой и интересной. Само собой, она должна отражать все ключевые вопросы, затронутые в теме. Можно выделить основные пункты, которых следует придерживаться при составлении презентации:

- Объем презентации. Объем презентации должен быть рассчитан на 7 - 10 минут рассказа. Оптимальное количество слайдов, содержание которых можно воспринять за это время - 10- 15.
- Объем текста. Текста должно быть минимум. Все содержание, все подробности - в устном рассказе. В презентации должны быть только выводы, схемы, таблицы, определения, графики, списки и т.д. Но ни в коем случае нельзя туда помещать большое количество слов - читать их утомительно, само составление презентации при этом теряет смысл - текст можно прочесть и в учебнике.
- Выступление. Типичная ошибка выступающих - чтение текста презентации. Такое чаще всего бывает, когда не знают тему, а презентация либо «скачана», либо сделана наспех, и в нее вставлен весь материал, какой только смогли уместить. Другая ошибка - несовпадение текста рассказа и содержания слайд-шоу. Это также бывает из-за плохого знания материала (как изучаемой темы, так и самой презентации). Вывод можно сделать только один: нужно

знать тему и ориентироваться в презентации. Выступление не должно превышать десяти минут, порой даже этого бывает много. Выступающий должен рассказывать материал (допускается только подглядывание в заготовленный листок (в папке). К презентации он может обращаться только, чтобы дополнить свой рассказ визуально: «На этом слайде показано...» (для иллюстрации), «Итак, можно сделать вывод, что...» (для вывода, схемы-вывода) и т. д. Выступающий должен уметь прокомментировать каждый слайд. Прокомментировать - не значит прочитать. Приведенный там текст слушатели-зрители прочтут сами. Слайды, в свою очередь, должны чередоваться соответственно тексту выступления. После показа каждого слайда дайте возможность аудитории рассмотреть материалы.

Сотрудник фирмы Apple Гай Кавасаки вывел правило презентации: 10 / 20 / 30. 10 слайдов / 20 минут показа / 30-й размер шрифта. Разумеется, с этим можно поспорить. Но, ориентироваться на это, безусловно, нужно.

Разработка проекта

Существует достаточно много определений проекта. Если их проанализировать, то можно сделать вывод, что **проект -** организованный преподавателем и самостоятельно выполняемый обучающимися комплекс действий, направленных на поиск решения конкретной проблемы и на достижение конкретного результата - творческого продукта.

Видов проектов может быть множество. Практически каждая самостоятельная работа - вид проекта. Рефераты, презентации и др. - тоже виды проекта. Но реферат все же называют рефератом, а презентацию - презентацией. Проектом же называют, как правило, нестандартно выполненное стандартное задание, выполнение которого требует коллективных усилий.

Проект подразумевает под собой очень глубокое, детальное изучение какого-то вопроса. Чаще всего, для этого требуется усилия не одного, а нескольких человек. Иногда это может быть целая учебная группа, которая, в свою очередь, делится на подгруппы, каждая из которых выполняет свою часть

задания. Выполнение проекта может занимать несколько недель и месяцев. Иногда для выполнения проектов меняют график учебного процесса. О целесообразности этого можно спорить: в этом случае не будет достаточно времени для прохождения остального материала.

Проект подразумевает также получение конкретного результата. Этот результат должен быть актуален, то есть, значим. Например, исследуя демографические, экономические, экологические и прочие проблемы современного мира (конкретного региона), можно в качестве цели проекта поставить нахождение реальных путей выхода из данных проблем. Можно это делать в глобальном аспекте, а можно - в рамках конкретного населенного пункта, микрорайона. Например, проект благоустройства сада, прилегающего к ОУ СПО.

Но в предмете «История» не все темы напрямую связаны с современным миром. Например, тема «Общественное движение в России в первой половине XIX в.». В качестве предмета обсуждения можно выбрать предлагаемые проекты переустройства России. Если следовать логике актуальности, то рассуждения о плюсах и минусах этих проектов не могут составлять суть проекта. Однако, это не совсем так. Прошлое оказало прямое воздействие на будущее. А проекты, предлагаемые участниками тайных обществ, не теряют актуальности и по сей день, т. к. многое из того, что ими было предложено тогда, впоследствии в той или иной степени было реализовано. Результатом такого проекта может быть составление собственного проекта переустройства государства с учетом реалий начала XIX в. Можно ограничиться только анализом проектов будущих декабристов. В этом случае это будет исследовательский либо информационный проект (см. ниже). Все это в равной степени относится и к другим темам.

Рассмотрим вначале общие подходы к организации проектной деятельности, а затем наиболее типичные варианты проектов, возможные для применения в ОУ СПО.

Этапы организации проектной деятельности

- выбор темы, его типа, количества участников (определяется преподавателем);
- выбор возможных вариантов проблем, которые важно исследовать в рамках намеченной тематики (проблему выбирают студенты с подачи преподавателя);
- распределение задач по группам, обсуждение методов исследования, поиска информации, творческих решений;
- самостоятельная работа участников проекта по своим задачам;
- промежуточные обсуждения полученных данных в группах (могут проводиться и на уроках, и во внеурочное время);
- оформление проектов;
- защита проектов, оппонирование;
- подведение итогов, внешняя оценка, прогнозирование дальнейшего развития полученных выводов, результатов.

Следует отметить, что для выбора проблем, а затем для определения методов их исследования и решения очень часто уместно проведение дискуссий, на которых выдвигаются гипотезы и применяется метод «мозгового штурма». Участники будущего проекта высказывают свое мнение по поводу возникновения проблемной ситуации, ведущий, как правило, преподаватель, фиксирует их. Затем, когда все предложения зафиксированы, начинается обсуждение конкретной проблемы. Автор предлагает свою аргументацию в пользу сделанного им предложения. Остальные участники могут соглашаться, могут аргументированно высказываться против. Остаются лишь те предложения, за которые высказалось большинство участников. Эти предложения становятся гипотезами, предметом дальнейшего обсуждения и всего дальнейшего проекта.

Рекомендации по выполнению самостоятельных заданий (домашних и индивидуальных работ)

Домашние и индивидуальные работы как вид самостоятельной работы, предполагают выполнение системы заданий, направленных на формирование практических умений и навыков по заданной тематике.

Рекомендации по выполнению заданий:

- ознакомится с тематикой и содержанием задания.
- изучить соответствующий материал, представленный в конспектах.
- при необходимости, изучить дополнительный материал, имеющийся в основной и дополнительной литературе, представленной в программе.
- проанализировать задания, выполненные в ходе практических занятий.
- выполнит работу в установленные сроки.

Критерии оценки:

- правильность выполнения работы (отсутствие фактических, логических и других ошибок);
- полнота выполнения работы;
- своевременность выполнения.

Задания выполненные позже установленного срока оцениваются минимальным количеством баллов.

Рекомендации по прохождению тестирования

Тестирование - это исследовательский метод, который позволяет выявить уровень знаний, умений и навыков, способностей, а также их соответствие определенным нормам усвоения, путем выполнения испытуемым ряда специальных заданий.

Следует понимать, что тестовые задания могут быть представлены в различных формах:

- задания закрытой формы, в которых учащиеся выбирает один или несколько правильных ответов из заданного набора;

получения ответов;

задание на дополнение (открытые задания) требующее самостоятельного

- задание на установления соответствия (с множественным выбором), выполнения которых связано с выявлением соответствия между элементами нескольких множеств.

Этапы подготовки к тестированию:

1. Внимательно прочитайте материал по конспекту, составленному на учебном занятии.
2. Прочитайте тот же материал по учебнику, учебному пособию.
3. Постарайтесь разобраться с непонятным, в частности новыми терминами и конструкциями.
4. Ответьте на контрольные вопросы для самопроверки, имеющиеся в учебнике, конспекте и т.д.
5. Кратко перескажите содержание изученного материала «своими словами».
6. Выучите определения основных понятий, даты и персоналии.

Критерии оценки: правильность ответов на вопросы.

Подготовка к контрольным работам

Контрольная работа - вид учебной и научно-исследовательской работы, отражающая знания, навыки и умения студента, полученные в ходе освоения дисциплины.

Цель контрольной работы - закрепление и углубление теоретических знаний по дисциплине «История».

Этапы подготовки:

1. Внимательно прочитайте материал по конспекту, составленному на учебном занятии.
2. Прочитайте тот же материал по учебнику, учебному пособию.
3. Постарайтесь разобраться с непонятным, в частности новыми терминами.

4. Ответьте на контрольные вопросы для самопроверки, имеющиеся в учебнике или предложенные в данных методических указаниях.
5. Кратко перескажите содержание изученного материала «своими словами».
6. Выучите определения основных понятий, даты, персоналии.

Критерии оценки:

- полнота и лаконичность ответа;
- способность правильно квалифицировать факты и обстоятельства,
- логика и аргументированность изложения;
- самостоятельность выполнения.

Порядок организации промежуточной аттестации по дисциплине

Форма проведения: экзамен

Экзамен проводится в традиционной форме. К итоговой аттестации допускаются студенты, освоившие на положительную оценку все виды запланированных учебных заданий, представленные в технологической карте дисциплины.

Примечание: Студенты, выполнившие на положительную оценку все обязательные виды запланированных учебных заданий, могут автоматически получить экзамен, в соответствии с набранными в течение семестра балами. В случае несогласия с оценкой студенты могут сдать экзамен в традиционной форме.

Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Восстановление и развитие экономики СССР (1945 - 1953 гг.)
2. Культура СССР в послевоенный период (1945 - 1953 гг.)
3. Международное положение СССР в послевоенный период. Истоки и причины “Холодной войны”.

Владивосток
2021

4. Особенности и противоречия политики десталинизации (1953 - 1964 гг.). XX съезд КПСС.

5. Реформы экономики и управления (1953-64 гг.).

6. Положение в сельском хозяйстве (1953-64 гг.). Освоение «целины».

7. Достижения советской науки в 1953-64 гг.

8. Идеология и культура в период «Хрущевской оттепели».

9. Внешняя политика СССР в середине 1950-х-начале 1960-х гг.

10. Откат от политики «оттепели» и усиление кризиса советского авторитарного строя (1964 - 1984 гг.)

11. Экономика СССР в 1965-85 гг. Сущность понятия “застой”.

12. Влияние нарастания консервативных тенденций в политической жизни на развитие культуры (1964 - 1984 гг.).

13. Внешняя политика СССР во второй половине 1960 -х - первой половине 1980-х гг.

14. Перестройка и ее последствия. Начало преобразований социально-экономических отношений, демократизации общества и реформирования политической системы: просчеты и ошибки.

15. Достижения и просчеты внешнеполитического курса М.С. Горбачева.

16. Попытка государственного переворота в 1991 г. Усиление политической борьбы и национального сепаратизма в Советском Союзе. Распад СССР и возникновение Содружества Независимых Государств (СНГ).

17. Становление и укрепление новой российской государственности в 1990-е гг.

18. Коренное реформирование экономической сферы в 90-е годы XX века и его первые результаты.

19. Социальная политика в России в 90-е годы XX века и ее последствия.

20. Политическая жизнь России в 90-е годы XX.

21. Внешняя политика России (1991- 2000 г.).

22. Особенности внутренней политики В.В. Путина.

23. Внешняя политика России в 2000-е гг.

24. Экономическая политика правительства в 2000-2008 г. Экономический кризис 2008-2009 гг.

25. Духовная жизнь России в конце XX - первое десятилетие XXI в.

26. Российская Федерация на современном этапе.

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, а также экзамена.

Критерии оценки

Оценка «отлично» (85-100 баллов) выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний.

Оценка «хорошо» (70-84 балла) выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

Оценка «удовлетворительно» (50-69 баллов)выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

Оценка «неудовлетворительно» (0-49 баллов) выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практи-

ческие работы.

Актуальный список рекомендуемой основной и дополнительной литературы представлен в рабочей программе дисциплины ОГСЭ.02 История.

Методические рекомендации по освоению дисциплины

ОГСЭ. 03 Психология общения

Введение

Необходимость обеспечения качественной реализации Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования ставит перед преподавателями задачи, направленные на повышение эффективности образовательного процесса и качества подготовки специалистов. Преподаватель должен не только выполнять функцию транслятора научных знаний, но и уметь выбирать оптимальную стратегию преподавания, использовать современные образовательные технологии.

Цель изучения дисциплины:

- приобретение студентами теоретических знаний и практических умений в области психологии общения.

Задачи:

- продолжить формирование коммуникативной компетентности будущих специалистов;
- развивать навыки эффективного общения, необходимого для работы;
- научить использовать знания в области психологии общения в предотвращении и регулировании конфликтных ситуаций;
- сформировать навыки соблюдения этических норм общения.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен уметь:

- применять техники и приемы эффективного общения в профессиональной деятельности;
- использовать приемы саморегуляции поведения в процессе межличностного общения.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

- взаимосвязь общения и деятельности;

- цели, функции, виды и уровни общения;
- роли и ролевые ожидания в общении;
- виды социальных взаимодействий;
- механизмы взаимопонимания в общении;
- техники и приемы общения, правила слушания, ведения беседы, убеждения;
- этические принципы общения;
- источники, причины, виды и способы разрешения конфликтов.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Теоретическая часть курса предполагает чтение лекций и работу с учебными пособиями. Лекции необходимо конспектировать. В конспекте каждой лекции обязательно должно быть отражены: темы, план лекции, рекомендуемая литература, методические советы лектора, основное содержание лекции. Важнейшей задачей слушания лекций является понимание существа излагаемого и осмысленная запись лишь главного. В процессе слушания лекций, возникшие вопросы можно разрешать на лекции или на консультации у преподавателя.

Изучаемую литературу, так же как и лекции, целесообразно конспектировать так как, выделяя главное и формулируя его своими словами, конспектирующий глубже и полнее осмысливает материал, а так же по записям учебный материал проще и легче восстановить в памяти. Для более глубокого, осмысленного и прочного усвоения изучаемой литературы определения тех или иных понятий, примеры и положения одного источника следует сравнивать, сопоставлять с тем, как они даются в других источниках, в том числе и в конспектах лекций.

Конспектирование литературы зависит от характера изучаемого материала и назначения конспекта. Вместе с тем с полной определенностью можно утверждать, что конспект сжатый, как правило, ценней пространного; им удоб-

нее пользоваться, особенно если он написан разборчиво, а сама форма записи раскрывает группировку и соподчинение материала. Для этого выделяют главное, второстепенное, примеры. Достигается это путем подчеркивания (в том числе и цветными пастами) отдельных слов или предложений, выделением абзацев и т. п. Конспект особо ценен, если он является как бы сводом различных точек зрения, в том числе и точки зрения автора, если разнообразный материал сведен по возможности в таблицы, схемы, графики. Если конспектируется глава из книги, то надо:

- просмотреть оглавление, определить, какое место занимает данная глава, параграф в общем материале первоисточника;
- прочитать параграф или главу полностью, выделяя по ходу чтения основное, а так же части главы, мысленно составляя план;
- сделать записи на основе составленного плана.

Важнейшие пособия по дисциплине Психология общения должны быть в личной библиотеке студента. Для облегчения нахождения и использования литературного материала в книгах из личной библиотеки могут делаться закладки, заметки на полях книги, а в конспектах даваться ссылки на страницы книги с указанием лишь общего содержания без выписки цитат или других фактических данных.

При подготовке докладов и рефератов, предлагаемых преподавателем, необходимо пользоваться рекомендованными источниками (списками основной и дополнительной литературы по темам). При составлении доклада или реферата студент должен предварительно ознакомиться с рекомендованной литературой, составить структуру-план (состоящий из вступительного раздела, в котором обосновывается важность и актуальность выбранной темы, основного раздела, раскрывающего тему доклада, заключительного раздела, отмечающего пути дальнейших выступлений). Реферат - это краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания научного труда (трудов), литературы по теме. Это самостоятельная научно-исследовательская работа

студента, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы; приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее. Содержание реферата должно быть логичным; изложение материала носит проблемно-тематический характер. Тематика рефератов обычно определяется преподавателем, но в определении темы инициативу может проявить и студент.

Подготовка информационного сообщения.

Это вид внеаудиторной самостоятельной работы по подготовке небольшого по объему устного сообщения для озвучивания на практическом занятии. Сообщаемая информация носит характер уточнения или обобщения, несет новизну, отражает современный взгляд по определенным проблемам.

Сообщение отличается от докладов и рефератов не только объемом информации, но и ее характером - сообщения дополняют изучаемый вопрос фактическими или статистическими материалами.

Возможно письменное оформление задания, оно может включать элементы наглядности (иллюстрации, демонстрацию).

Регламент времени на озвучивание сообщения - до 5 мин.

Этапы подготовки сообщения:

- собрать и изучить литературу по теме;
- составить план или графическую структуру сообщения;
- выделить основные понятия;
- ввести в текст дополнительные данные, характеризующие объект изучения;
- оформить текст письменно (если требуется).

Рекомендации студентам по подготовке к промежуточной аттестации

Подготовка к промежуточной аттестации (зачёту) и его результативность также требует умения оптимально организовывать свое время. Идеально, если

студент познакомился с основными представлениями и понятиями в аудиторном процессе изучения дисциплины. Тогда подготовка к зачету по контрольным вопросам позволит систематизировать материал и глубже его усвоить.

- Работу лучше начинать с распределения предложенных контрольных вопросов по разделам и темам курса.
- Затем необходимо выяснить наличие теоретических источников (конспект лекций, хрестоматия, учебники, монографии).
- При чтении материала следует выделять основные понятия и определения, можно их законспектировать Выделение опорных понятий дает возможность систематизировать представления по дисциплине и, соответственно, результативнее подготовиться к зачету.
- Успешный ответ на зачетный вопрос по дисциплине Психология предполагает процесс продумывания логики изложения материала по каждому вопросу, запоминание примеров.

Вопросы к зачету:

1. Предмет психологии общения.
2. Структура и средства общения.
3. Характеристика и содержание общения.
4. Механизмы воздействия в процессе общения.
5. Перцептивная сторона общения.
6. Способ избегания ошибок социальной перцепции.
7. Самопредъявление как элемент перцептивной стороны общения.
8. Коммуникативная сторона общения.
9. Барьеры коммуникации и способы их преодоления.
10. Вербальное и невербальное общение.
11. Структура и виды невербального поведения в общении.
12. Кинестические средства общения.

Владивосток
2021

13. Характеристики основных компонентов общения.
14. Интерактивная сторона общения.
15. Ошибки в формировании первого впечатления о субъекте.
16. Эффект «ореола» при формировании первого впечатления о субъекте.
17. Психологические характеристики стилей общения.
18. Эмпатия в межличностном общении.
19. Основные характеристики Эго-состояний: Родитель, Ребенок, Взрослый(по Э. Бёрну)
20. Типы транзакций по Э.Бёрну.
21. Факторы формирования первого впечатления о человеке.
22. Ритуальное общение и ритуальный стиль поведения в общении.
23. Манипулятивное общение и манипулятивный стиль поведение в общении.
24. Гуманистическое общении е и гуманистический стиль поведения в общении.
25. Понятие конфликта и его социальная роль.
26. Конфликты и конфликтные ситуации.
27. Классификация конфликтов и их психологическая характеристика.
28. Типы поведения людей в конфликтных ситуациях.
29. Разрешение конфликтов и стратегии поведения в конфликтных ситуациях.
30. Деловое общение, его виды и формы.
31. Деловая беседа как основная форма делового общения.
32. Вопросы собеседников и их психологическая сущность.
33. Психологические приемы влияния на партнеров.
34. Создание благоприятного психологического микроклимата во время переговоров.
35. Техника и тактика аргументирования.
36. Психологические приемы убеждения в споре.
37. Имидж современного человека и этика делового общения.
38. Культура внешности и деловой этикет.
39. Пути к самореализации в процессе оптимизации делового общения.
40. Оценка эффективности делового общения.

Актуальный список основной и дополнительной литературы представлен в рабочей программе дисциплины ОГСЭ.03 Психология общения.

Владивосток
2021

Методические рекомендации по освоению дисциплины ОГСЭ.04 Иностранный язык в профессиональной деятельности (английский язык)

Введение

Изучение английского языка в Колледже проходит на практических и лабораторных занятиях и требует длительного, непрерывного и упорного труда по запоминанию слов, усвоению грамматических правил, требует постоянных тренировочных упражнений.

Для успешного овладения дисциплиной необходимо выполнять следующие требования:

- посещать все занятия;
- все рассматриваемые на занятиях темы и вопросы обязательно фиксировать в тетради;
- обязательно выполнять все домашние задания, получаемые на занятиях;
- в случаях пропуска занятий по каким-либо причинам, необходимо обязательно самостоятельно изучать соответствующий материал.

При реализации учебной дисциплины "Иностранный язык в профессиональной деятельности" используются активные и интерактивные формы проведения занятий. При проведении лабораторных занятий и в самостоятельной работе студентов использование активных форм заключается в составлении словаря (глоссария) незнакомых слов.

Составление словаря незнакомых слов

Составление словаря незнакомых слов одна из основных форм активной работы студентов.

Одним из эффективных способов заучивания новых слов является **составление картотеки.**

Этапы работы:

1. Выпишите новые слова, которые Вы хотели бы выучить, на карточ-

ки. Укажите грамматические сведения: для существительного - форму мн. числа, напр.:

man -men; для неправильных глаголов - основные формы, напр.: eat - ate - eaten, а также управление глагола: to congratulate on smth.

2. Для существительных желательно выписывать глаголы, с которыми они сочетаются, и устойчивые словосочетания.

3. Перевод пишется на обратной стороне карточки. Для первичного заучивания рекомендуется брать не более 20 карточек.

4. Уже после первого повторения слов Вы можете отсортировать слова, которые Вы запомнили, во второй отдел. Наиболее трудные для запоминания слова оставьте в первом отделе для последующего повторения.

5. При повторении слов на карточках можно их систематизировать, например: разложить карточки с существительными по способу образования множественного числа.

6. Полезно составлять семьи слов (слова с общим корнем), например: centre - центр; central - центральный; centralize - централизовать.

7. Рекомендуется также составлять семантические группы, например: синонимы: firm, association, business, company, concern и т.д.; антонимы: to come early - to come late.

8. Когда Вы хорошо запомнили Ваши слова, их можно разместить в алфавитном порядке в отделе для хранения.

Методика работы со словарем

Методика работы со словарем помогает правильно пользоваться словарём и быстро находить нужное слово.

Этапы работы:

1. Твердо знать английский алфавит в порядке расположения его букв.

Владивосток
2021

2. Уметь находить исходную форму слова. Словарь дает слова в исходных формах, тогда как в текстах они встречаются большей частью в производных формах. К наиболее употребительным производным формам относятся:

- множественное число существительных;
- степени сравнения прилагательных и наречий;
- третье лицо единственного числа глаголов;
- вторая и третья формы глаголов (правильных и не правильных);
- глагольная форма с "-mg" окончанием;
- формы, образованные с помощью префиксов и суффиксов.

3. Уметь определить часть речи, к которой относится слово. В английском языке часто нельзя определить по форме слова, какой частью речи оно является. Так, для слова "experiment", словарь указывает: 1 п. - эксперимент, 2 п. - экспериментировать.

Различные грамматические значения слов обозначаются преимущественно посредством служебных слов, т.е. артиклей, предлогов, а также определяются местом, занимаемым словом в предложении.

Часть речи помечается в словаре условными обозначениями, наиболее употребительными из которых являются:

- n. (noun) - существительное;
- pron. (pronoun) - местоимение;
- v. (verb) - глагол;
- a. (adjective) - прилагательное;
- adv. (adverb) - наречие;
- prep. (preposition) - предлог;
- cj. (conjunction) - союз;
- pl. (plural) - множественное число;
- pp. - причастие II, и т.д.

4. Правильно выбрать лексическое значение слова. После того, как

выяснено, какой частью речи является искомое слово, необходимо отыскать в

Владивосток
2021

5. словаре нужный русский эквивалент. Из всех значений, приведенных в словаре для данной части речи, следует выбрать наиболее подходящее, исходя из контекста.

6. При поиске слова в словаре необходимо следить за точным совпадением графического оформления искомого и найденного слова, в противном случае перевод будет неправильны (ср. plague - бедствие, plaque - тарелка; beside - рядом, besides --кроме того; desert - пустыня, dessert - десерт; personal - личный, personnel - персонал).

7. Многие слова являются многозначными, т.е. имеют несколько значений, поэтому при поиске значения слова в словаре необходимо читать всю словарную статью и выбирать для перевода то значение, которое подходит в контекст предложения (текста).

8. При поиске в словаре значения слова в ряде случаев следует принимать во внимание грамматическую функцию слова в предложении, так как некоторые слова выполняют различные грамматические функции и в зависимости от этого переводятся по-разному.

9. При поиске значения глагола в словаре следует иметь в виду, что глаголы указаны в словаре в неопределенной форме (Infinitive) - sleep, choose, like, bring, в то время как в предложении (тексте) они функционируют в разных временах, в разных грамматических конструкциях. Алгоритм поиска глагола зависит от его принадлежности к классу правильных или неправильных глаголов. Отличие правильных глаголов от неправильных заключается в том, что правильные глаголы образуют форму Past Indefinite и Past Participle при помощи прибавления окончания - ed к инфинитиву.

При работе с информацией на иностранном языке существует различные формы работы.

Формы работы с текстом:

- анализ лексического и грамматического наполнения текста;
- устный перевод текстов небольшого объема (до 1000 печатных знаков) по

краткосрочным заданиям;

- письменный перевод текстов небольшого объема (до 1000 печатных знаков) по краткосрочным заданиям;
- устный перевод текстов по долгосрочным заданиям (домашнее чтение);
- изложение содержания текстов большого объема на русском и иностранном языке (реферирование - на продвинутом этапе обучения).

При любой форме работы с текстами следует учесть нижеследующие рекомендации.

Рекомендации при работе с переводом текста

При переводе текста следует использовать следующий алгоритм перевода:

1. Найдите сказуемое или сказуемые и определите его форму (время, залог, наклонение).
2. Найдите к каждому сказуемому подлежащее.
3. Если в предложении есть личное местоимение в объектном падеже без предлогов, а остальные слова вы не знаете, помните, что это местоимение является дополнением и, следовательно, перед ним должно быть сказуемое.
4. Найдите союзы или союзные слова (в сложном предложении).
5. Проверьте, нет ли в предложении неличных форм глагола. Если есть, постарайтесь по формальным признакам определить, какая это форма и какова ее функция в предложении.
6. Найдите в предложении значение всех незнакомых слов, кроме союзов.
7. Переведите отдельно цепочки существительных.
8. Если после сказуемого стоит предлог, проверьте, где находится существительное, к которому он относится (т.е. относится ли он к дополнению или к подлежащему).
9. Переведите каждое простое предложение, входящее в состав сложного.
10. Установите логическую связь предложений между собой, подберите соответствующее значение союзных слов, при бессоюзном подчинении, подумайте, какой союз должен вводить придаточное предложение в русском вари-

анте.

11. Еще раз проверьте форму сказуемого, учитывая многозначность слов: to have, to be, should, would и др.

12. Переведите предложения в соответствии с нормами русского литературного языка, не искажая его смысла.

Рекомендации при работе с лексическим материалом английского текста

Формы работы с лексическим материалом:

- составление собственного словаря в отдельной тетради;
- составление списка незнакомых слов и словосочетаний по учебным и индивидуальным текстам, по определённым темам;
- анализ отдельных слов для лучшего понимания их значения;
- подбор синонимов к активной лексике учебных текстов;
- подбор антонимов к активной лексике учебных текстов;
- составление таблиц словообразовательных моделей.

При составлении списка слов и словосочетаний по какой-либо теме (тексту), при оформлении лексической картотеки или личной тетради - словаря необходимо выписать из англо-русского словаря лексические единицы в их исходной форме, то есть: имена существительные - в именительном падеже единственного числа (целесообразно также указать форму множественного числа, например: shelf - shelves, man - men, text - texts; глаголы в инфинитиве (целесообразно указать и другие основные формы глагола - Past и Past Participle, например: teach - taught-- taught; read - read - read и т.д.).

Заучивать лексику рекомендуется с помощью двустороннего перевода (с английского языка - на русский, с русского языка - на английский) с использованием разных способов оформления лексики (списка слов, тетради-словаря, картотеки).

Для закрепления лексики целесообразно использовать примеры употребления слов и словосочетаний в предложениях, а также словообразовательные и семантические связи заучиваемых слов (однокоренные слова, синонимы, анто-

нимы).

Для формирования активного и пассивного словаря необходимо освоение наиболее продуктивных словообразовательных моделей английского языка.

Словарный состав современного английского языка пополняется в основном в процессе словообразования и в процессе заимствований новых слов из других языков.

Рекомендации при составлении монологического высказывания на английском языке

Наряду с диалогом, монологическая речь, является важным звеном в изучении английского языка. Умение составить монологическое высказывание говорит о продвинутости в изучении иностранного языка.

Устное высказывание по темам широко применяется при организации самостоятельной зачетной работы студентов, это творческая работа обучаемого по предмету, в которой на основании краткого письменного изложения проводится самостоятельное устное высказывание по определенной теме. Устное высказывание (topic) предполагает самостоятельное изложение собственных мыслей и рассуждений на базе изученной лексики.

Вашей задачей является продуцирование связного высказывания по предложенным темам, используя основные коммуникативные типы речи (описание, повествование, характеристика). Объем устного монологического высказывания -

15-20 предложений. Если монологическое высказывание - сочинение то объем - 25 - 30 предложений. Прежде всего прочитайте диалоги и тексты, которые могут дать материал для сообщения, повторите необходимые слова, воспользуйтесь русско - английским словарем.

Этапы составления монологического высказывания:

1. Составить план.
2. Использовать клише и выражения, представленные в каждой теме.

3. Составить высказывание по аналогии с прочитанным и услышанным.
4. Учитывать стилистические особенности английского языка.
5. Использовать синонимический ряд для достижения языковой свободы.

Рекомендации при составлении реферирования статей на английском языке

Этапы работы:

- При работе над реферированием статьи происходит осмысление отдельных частей текста, представляющих основу текста оригинала, сокращение всех малозначащих сведений, не имеющих прямого отношения к теме, обобщение наиболее ценных данных и их фиксирование в конспективной форме.
- Общепринято излагать содержание работы при реферировании и аннотировании объективно, без критической оценки материала со стороны референта.
- Заголовок аннотации всегда составляется на языке оригинала. Если используется другой язык, то после названия произведения в скобках даётся перевод.
- Объём реферирования статьи зависит от объёма оригинала, его научной ценности, языка на котором он опубликован. Работы на иностранном языке могут быть более подробными. Максимальным объёмом реферирования принято считать 1200 слов при сокращении текста оригинала в 3, 8, 10 раз.
- Процесс реферирования заключается не просто в сокращении текста, а в переработке содержания, композиции и языка оригинала. Необходимо выделить главные факты и изложить их в краткой форме. Второстепенные же факты, детальные описания, примеры, исторические экскурсы необходимо опустить, однотипные факты сгруппировать, дать их общую характеристику, цифровые данные систематизировать и обобщить. Язык и стиль оригинала в этом случае меняется в сторону нормативности, нейтральности, простоты и краткости.

Таким образом, реферирование статьи - это не простой набор ключевых фрагментов текста, на базе которых он строится, а новый, самостоятельный текст.

Для связности изложения используются специальные клише, которые можно сгруппировать по следующим принципам:

1) для выражения общей оценки источника, его темы, содержания: «статья посвящена...», «целью статьи является...», «статья представляет собой...»;

2) для обозначения задач, поставленных и решаемых автором: «в первой (во второй.) главе автор описывает (отмечает, анализирует и т. д).»;

3) для оценки полученных результатов исследования, для выводов «результаты подтверждают.», «автор делает вывод, что.» и т. д.

Следующая основная схема поможет вам в реферировании и аннотировании статей из газет, журналов, книг и других источников:

1. The article is headlined.
2. The headline of the article I have read is .
3. The main idea of the article is .
4. The article is about / deals with / is concerned with.
5. The article opens with.
6. At the beginning of the article the author depicts / dwells on / touches upon / explains / introduces / mentions / comments on / underlines / criticizes / makes a few critical remarks on / gives a summary of.
7. The article /the author begins with the description of / the analysis of .
8. Then / after that / next / further on / the author passes on to / goes on to say / gives a detailed analysis of.
9. In conclusion the author.
10. The author concludes with.
11. The article ends with.
12. At the end of the article the author draws the conclusion that.
13. At the end of the article the author sums it all up by saying.
14. I found the article interesting / informative / important / dull / of no value.

Владивосток
2021

Заключение

Данные методические рекомендации по дисциплине Иностранный язык в профессиональной деятельности (английский язык) обеспечивают студентов необходимыми указаниями при работе на занятиях и дома, оказывают существенную помощь в выполнении различных видов заданий и делают процесс изучения английского языка менее трудоёмким. Актуальный список основной и дополнительной литературы представлен в рабочей программе ОГСЭ.04 Иностранный язык в профессиональной деятельности (английский язык).

Методические рекомендации по освоению дисциплины

ОГСЭ.05 Физическая культура

Введение

Одним из результатов работы Колледжа должно являться воспитание здорового выпускника с устойчивой внутренней мотивацией на дальнейшее познание науки, техники, культуры, способного строить и созидать.

По данным НИИ профилактики и гигиены, заболеваний детей, подростков и молодежи, более 90% подростков имеют отклонения физического и психического здоровья. Поэтому жизненно необходимыми являются физическая культура и спорт, благодаря которым человек приобретает знания, и умения для сохранения здоровья, повышает уровень физической подготовленности, воспитывает психологические черты личности.

Невысокий уровень здоровья и общего физического развития многих обучающихся, а также дальнейшее его снижение в процессе обучения представляют сегодня серьезную проблему, поэтому в образовательном процессе необходимо организовывать внеаудиторную самостоятельную работу, направленную на улучшение физического развития и сохранения здоровья.

Самостоятельная работа, включаемая в процесс обучения, - это работа, которая выполняется без непосредственного участия преподавателя, но по его заданию. При этом студенты сознательно стремятся достигнуть поставленной цели, проявляя свои усилия и выражая в той или иной форме результаты своих умственных и физических действий.

Внеаудиторная работа студентов по физической культуре - одна из форм самостоятельной работы, которая носит, как правило, индивидуальный характер. Индивидуальные упражнения в домашних условиях способствуют развитию необходимых двигательных качеств таких, как гибкость, выносливость, быстрота, сила, повышая кондиционную физическую подготовленность, которая является основным показателем физического развития и здоровья. Регулярное выполнение

самостоятельных заданий по физической культуре вырабатывает привычку активно и добросовестно работать, приобщая тем самым обучающихся к систематическим занятиям физическими упражнениями, совершенствованию двигательных навыков и умений, повышению физического развития.

В начале учебного года, на первых занятиях, выявляется уровень развития двигательных качеств каждого обучающегося. Исходя из этого, каждому из них предлагаются упражнения, направленные на развитие двигательных качеств. Каждый обучающийся выполняет предписанные ему упражнения в домашних условиях, проводит самоконтроль. При контроле упражнений, который проводится, ежемесячно оценивается техническая и физическая подготовка групповым методом и методом круговой тренировки. Прирост показателей в упражнении оценивается на балл выше.

В применяемых упражнениях используется дифференциация по полу, состоянию здоровья, уровню подготовленности обучающихся с учетом возрастных особенностей развития физических качеств. Таким образом, целенаправленная и систематически организованная самостоятельная работа по физической культуре призвана способствовать тому, что количество обучающихся с высоким уровнем физического развития будет увеличиваться.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов по дисциплине ОГСЭ.05 Физическая культура предполагает:

1. Занятия в секциях по видам спорта (волейбол, баскетбол, атлетическая гимнастика, плавание, лыжи и др.).

2. Самостоятельное и при помощи преподавателя составление индивидуального плана комплексов физических упражнений для формирования фигуры, укрепления здоровья, физического развития; выполнение комплексов в домашних условиях.

3. Самостоятельные занятия физическими упражнениями, спортом и ту-

ризмом.

4. Участие в спортивных соревнованиях и праздниках Колледжа («Спартакиады», «Дни здоровья» и др.).

5. Участие в городских, областных и т.п. соревнованиях по различным видам спорта.

6. Подготовка письменных самостоятельных работ по теоретической части дисциплины (сообщения).

7. Подготовка к зачетам по дисциплине ОГСЭ.05 Физическая культура.

Общие рекомендации обучающимся по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы

Приступая к самостоятельным занятиям физическими упражнениями, обязательно учитывайте состояние своего здоровья и, если есть какие-либо нарушения, посоветуйтесь с врачом и вашим преподавателем физической культуры. Это важно, так как для внеаудиторной самостоятельной работы предлагаются упражнения и нагрузки, рассчитанные на обучающихся, отнесенных по состоянию здоровья к основной медицинской группе, т.е. на тех, кому разрешено на уроках физической культуры выполнение всех упражнений.

Правила выполнения внеаудиторных самостоятельных занятий

1. Не стремитесь к достижению высоких результатов в кратчайшие сроки. Спешка может привести к перегрузке организма и переутомлению. Физические нагрузки должны соответствовать вашим возможностям, поэтому нагрузки и их сложность повышайте постепенно, контролируя реакцию организма на них.

2. Составляя план внеаудиторных самостоятельных занятий, включайте упражнения для развития всех физических качеств. Это поможет достичь более высоких результатов.

3. Помните, что результат тренировок зависит от их регулярности, так как большие перерывы (3-4 дня и более) между занятиями сводят на нет эффект

предыдущих упражнений. Поэтому даже при очень большой загруженности, например, вовремя подготовки к экзаменам, все равно найдите 20-30 мин. для выполнения комплекса упражнений.

4. Для того чтобы у вас сохранялись высокая активность и желание заниматься, меняйте места проведения внеаудиторных самостоятельных занятий, чаще занимайтесь на открытом воздухе, в парке, сквере, привлекайте к тренировке своих друзей, членов семьи.

5. Очень хорошо заниматься под музыкальное сопровождение. Это повышает интерес к тренировке и способствует хорошему настроению.

6. Старайтесь соблюдать физиологические принципы выполнения упражнений: постепенное увеличение трудности упражнений, объема и интенсивности нагрузок; правильное чередование нагрузок и отдыха между упражнениями с учетом вашей тренированности и переносимости нагрузок. Более трудные упражнения потребуют и большей продолжительности пауз между ними, и меньшего числа повторений. В зависимости от самочувствия, переносимости нагрузок, задачи упражнения можете волнообразно повышать или понижать нагрузки на протяжении одного занятия в течение недели или более длительного периода. Во время выполнения упражнений не стремитесь выполнить сразу максимальную нагрузку.

7. Выполнение упражнений обязательно начинайте с разминки, а по завершении используйте восстанавливающие процедуры (массаж, теплый душ, ванна, сауна и т. п.).

8. Если вы почувствовали какие-либо отклонения в состоянии здоровья, переутомление, посоветуйтесь с преподавателем, врачом.

9. Помните, что эффект от выполнения упражнений будет наиболее высоким, если вы в совокупности будете использовать физические упражнения, закаливающие процедуры, соблюдать гигиенические условия, режим дня и правильное питание.

Комплексы упражнений для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы по различным разделам учебной дисциплины ОГСЭ.05 Физическая культура

Разделы «Легкая атлетика», «Лыжная подготовка»

Рекомендуются к выполнению следующие комплексы упражнений:

- упражнения для укрепления мышц спины;
- упражнения для мышц брюшного пресса;
- упражнение на укрепление косых мышц спины;
- упражнения на гибкость;
- упражнения на координацию движений;
- упражнения на растяжку;
- сгибание-разгибание рук в упоре лежа;
- присед на одной ноге («пистолет»);
- присед из основной стойки 3х30;
- кроссовая подготовка 1000-3000 м;
- бег с преодолением препятствий;
- прыжки через препятствия;
- метание различных предметов из различных исходных положений в цель и на дальность правой и левой рукой.

Для внеаудиторных самостоятельных заданий по развитию быстроты также предлагается выполнять:

- бег на месте - 10 секунд;
- бег в гору;
- повторный бег по лестнице через одну, две ступеньки;
- прыжки по лестнице с поочередной сменой ног, с отягощением и без;
- повторный бег с ускорением на отрезках 30, 60, 100, 200 м;
- бег с отягощениями, прыжки со скакалкой в максимальном темпе;
- серийные многоскоки;
- челночный бег с предметами;
- прыжок в длину с места и с разбега;
- выпрыгивание вверх из низкого приседа.

Упражнения для повышения общей и скоростной выносливости служат

основой повышения физической работоспособности, а косвенно также и умственной (поскольку способствуют улучшению кровоснабжения не только мышц, но и мозга), развивают волевые качества. Для внеаудиторных самостоятельных занятий для развития выносливости можно также выполнять:

- гладкий бег;
- кроссовый бег;
- бег в умеренном темпе по лестнице;
- бег 400-800 м;
- игра в баскетбол;
- игра в футбол;
- игра в настольный теннис;
- прыжки со скакалкой 3-4 мин;
- бег по лестнице в умеренном темпе;
- ходьба на лыжах;
- катание на коньках.

Зачетные требования по легкой атлетике, лыжной подготовке:

1. Умение выполнять бег: юноши (3000 м) -12,30-14,00 мин, с; девушки (2000 м) -11,00-13,00 мин, 7 с.
2. Умение выполнять скоростной бег на 30 м за время от 4,3 с до 5,2 с.
3. Умение выполнять 6-минутный бег от 1100 м до 1500 м.
4. Умение выполнять прыжки в длину с места: юноши - 190-230 см; девушки - 160-190 см.
5. Умение выполнять бег на лыжах: юноши (5 км) - 25,50-27,20 мин, с; девушки (3 км) -19,00-21,00 мин, с.
6. Умение выполнять гимнастический комплекс упражнений: утренней гимнастики; производственной гимнастики; релаксационной гимнастики.

Разделы «Г имнастика, атлетическая гимнастика»

Рекомендуются к выполнению следующие комплексы упражнений:

- упражнения для укрепления мышц спины;
- упражнения для мышц брюшного пресса;
- упражнение на укрепление косых мышц спин;
- упражнения на гибкость;
- упражнения на координацию движений;
- упражнения на растяжку;
- силовые упражнения с отягощением (гантели);
- упражнения с резиновой лентой;
- комбинации общеразвивающих упражнений без предметов и с предметами;
- сгибание-разгибание рук в упоре лежа;
- присед на одной ноге («пистолет»);
- присед из основной стойки 3х30.

Для внеаудиторных самостоятельных занятий индивидуально также предлагается выполнять для развития гибкости:

- наклоны вперед;
- упражнения на диске вращения «Грация»;
- упражнения на растягивание по методике В.М. Гомозова: «Трон», «Лодочка», «Скоба», «Лягушка», «Корзинка».

Для развития силы в домашних условиях предлагаются упражнения:

- подъем переворотом;
- подтягивание на высокой перекладине;
- сгибание рук в упоре лежа;
- приседание с отягощениями;
- поднимание прямых ног лежа до угла 90 градусов и медленное опускание;
- бег и прыжки с грузом по лестнице;
- упражнения с гирями, гантелями, штангой.

Девушкам с низким уровнем развития силы предлагается сгибание рук

сначала от скамейки, затем от пола.

Зачетные требования по гимнастике, атлетической гимнастике:

1. Умение выполнять подтягивание на высокой перекладине из виса, количество: юноши-8-13 раз, девушки - 5-20 раз.
2. Умение выполнять наклон вперед из положения стоя: юноши - 5-15 см, девушки - 7-20 см.
3. Умение выполнять приседание на одной ноге с опорой о стену (количество раз на каждой ноге): юноши -5-10 раз, девушки - 4-8 раз.
4. Сгибание и разгибание рук в упоре на брусьях (юноши): 7-12 раз.
5. Поднимание ног в висе до касания перекладины (юноши): 3-7 раз.

Раздел «Спортивные игры (баскетбол, волейбол)»

Рекомендуются к выполнению следующие комплексы упражнений:

1. Упражнения для укрепления мышц спины
2. Упражнения для мышц брюшного пресса
3. Упражнение на укрепление косых мышц спины
4. Упражнения на гибкость
5. Упражнения на координацию движений
6. Упражнения на растяжку
7. Комбинации общеразвивающих упражнений без предметов и с предметами
8. Сгибание-разгибание рук в упоре лежа
9. Присед на одной ноге («пистолет»)
10. Присед из основной стойки 3х30

Приступая к разделу программы «Спортивные игры» для выполнения домашних самостоятельных заданий можно использовать упражнения на ловкость и быстроту:

- жонглирование;

- одновременные круговые движения руками, правая рука вперед, левая назад и наоборот;
- прыжки со скакалкой 15, 30 сек;
- эстафеты с разнообразными предметами.

Промежуточная аттестация обучающихся проходит в форме сдачи дифференцированных зачетов.

Необходимо выполнить нормативные практические задания по овладению техническими приемами спортивной игры.

Зачетные требования по баскетболу:

1. Умение выполнить ловлю, передачу мяча двумя и одной рукой; ведение мяча; уметь вести двустороннюю игру с соблюдением правил.
2. Умение выполнить 10 штрафных бросков со штрафной линии, из них не менее 4 (дев.); 5 (юноши) попаданий.
3. Умение выполнить броски в движении после ведения мяча: с правой стороны с места пересечения средней и боковой линий ведение мяча с броском в движении (попасть), подбор мяча, ведение левой по периметру трапеции, бросок в движении с левой стороны щита (попасть) - 3 попытки.

Зачетные требования по волейболу:

1. Умение выполнить основные приемы игры: передача мяча сверху, прием мяча снизу, подача мяча, нападающий удар.
2. Умение выполнить подачу (девушки по выбору, юноши верхняя прямая). Из 10 подач, 6 попаданий (юноши); 5 попаданий (девушки).
3. Умение выполнить нападающий удар с высокой передачи: из 4 ударов - 2 попадания в левую и правую половину площадки (юноши); 2 попадания в любую половину площадки (девушки).

Методические рекомендации по выполнению внеаудиторных самостоя-

тельных письменных работ по физической культуре (подготовка сообщений на заданную тему)

Цели выполнения внеаудиторных самостоятельных письменных работ (сообщений) по учебной дисциплине «Физическая культура» - формирование навыков:

- поиска, отбора, систематизации и обобщения информации по заданной теме;

- закрепления, углубления, расширения и систематизации знаний, полученных во время аудиторных теоретических занятий.

Оформление результатов внеаудиторной самостоятельной работы:

Результаты внеаудиторной самостоятельной работы оформляются в виде письменного отчета по прилагаемой форме.

№ п/п	Критерии оценки	Метод оценки	Работа выполнена	Работа выполнена не полностью	Работа не выполнена
			Высокий уровень 3 балла	Средний уровень 2 балла	Низкий уровень 1 балл
1.	Соответствие представленной информации заданной	Наблюдение препо- давателя	Содержание сообщения полностью соответствует заданной теме, тема раскрыта полностью	-Содержание сообщения соответствует заданной теме, но в тексте есть отклонения от темы или тема раскрыта не полностью. - Слишком краткий либо	1. Обучающийся работу не выполнил вовсе. 2. Содержание сообщения не соответствует заданной теме,
	ния		термины по изучаемой теме; - Произношение и объяснение терминов сообщения не вызывает у обучающегося затруднений	изучаемой теме, либо их недостаточно для раскрытия темы. - Произношение и объяснение терминов вызывает у обучающегося затруднения.	установленныхтребований 4. Объем текста сообщения значительно превышает регламент
3.	Правильность оформления	Проверка работы	-Текст сообщения оформлен аккуратно и точно в соответствии с правилами оформления. - Объем текста сообщения соответствует регламенту.	-Текст сообщения оформлен недостаточно аккуратно. -Присутствуют неточности в оформлении. - Объем текста сообщения не соответствует регламенту.	
Оценка			50-69 баллов «удовлетворительно»	70-84 баллов «хорошо»	85-100 баллов «отлично»

Подготовка сообщения.

Задание подготовить сообщение по одной из следующих тем:

1. Инновационные виды занятий физическими упражнениями (аэробика, шейпинг, йога, фитбол, аэробика, пилатес и т.п.).
2. Классификация видов лыжного спорта.
3. Общая характеристика и классификация легкоатлетических видов спорта.
4. Общая характеристика, причины возникновения и профилактика заболеваний сердечно-сосудистой системы.
5. Общая характеристика, причины возникновения и профилактика заболеваний дыхательной системы.
6. Общая характеристика, причины возникновения и профилактика заболеваний опорно-двигательного аппарата.
7. Общая характеристика, причины возникновения и профилактика некоторых заболеваний пищеварительной системы.
8. Основы техники бега на короткие дистанции.
9. Основы техники бега на средние и длинные дистанции.
10. Основы техники легкоатлетических прыжков.
11. Основы техники эстафетного бега.
12. Питание при занятиях оздоровительными видами физической культуры.
13. Предупреждение, профилактика и помощь при лечении некоторых заболеваний обучающихся, освобожденных от практических занятий физическими упражнениями.
14. Развитие физических качеств, преобладающих в легкоатлетических видах спорта.
15. Регулировка массы тела в процессе занятий физической культурой.
16. Самоконтроль состояния здоровья учащегося, его цели и задачи.
17. Современные популярные виды спорта.
18. Способы передачи эстафетной палочки.

Владивосток
2021

19. Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся колледжа.

20. Физическая культура и здоровый образ жизни.

Время выполнения: 2 часа.

Цель работы:

- научиться самостоятельно искать, отбирать, систематизировать и оформлять в виде сообщения информацию по заданной теме;
- получить опыт публичной защиты сообщения.

Отчет: оформить текст сообщения в соответствии с «Правилами оформления текстовых материалов».

Форма отчета для сообщения: сообщение оформляется текстовым файлом, набранным компьютерным способом в одном из текстовых процессоров и распечатывается на листах формата А4. Объем сообщения - не более 3 страниц печатного текста.

Отчет должен иметь следующую структуру:

1. Титульный лист.
2. Текст сообщения.
3. Список использованной литературы и источников.

Возможные типичные ошибки:

1. Содержание сообщения не соответствует заданной теме, тема не раскрыта.
2. Материал в сообщении не имеет четкой логики изложения (не по плану).
3. Слишком краткий либо слишком пространный текст сообщения. Объем текста сообщения значительно превышает регламент.
4. В содержании не используются термины по изучаемой теме, либо их недостаточно для раскрытия темы.
5. Объяснение терминов сообщения вызывает затруднения.
6. Отчет выполнен и оформлен небрежно, без соблюдения установленных требований.

При оценке сообщения будут учитываться:

Критерии	Низкий уровень	Средний уровень	Высокий уровень
Соответствие представленной информации заданной теме	20-25 баллов	30-35 баллов	35-40 баллов
Характер и стиль изложения материала сообщения	15-20 баллов	20-25 баллов	25-30 баллов
Правильность оформления	15-20 баллов	20-24 балла	25-30 баллов
Оценка	50-69 баллов «удовлетворительно»	70-84 балла «хорошо»	85-100 баллов «отлично»

Сообщения, оформленные не по правилам, не принимаются и не оцениваются. Если работа сдана не вовремя (с опозданием), преподаватель

Алгоритм самостоятельной работы над подготовкой сообщения на заданную тему:

1. Ознакомьтесь с предлагаемыми темами сообщений.
2. Ознакомьтесь со списком рекомендуемой литературы и источников и подготовьте их для работы
3. Получите консультацию преподавателя и изучите рекомендации.
4. Повторите лекционный материал по теме сообщения.
5. Изучите материал, касающийся темы сообщения не менее чем по двум рекомендованным источникам.
6. Составьте план сообщения, запишите его.
7. Еще раз внимательно прочтите текст выбранных источников информации, стараясь понять общее содержание и выделить из контекста значение незнакомых слов и терминов.
8. Обратитесь к словарю, чтобы найти значения незнакомых слов.
9. Проработайте найденный материал, выбирая только то, что раскрывает пункты плана.
10. Составьте список ключевых слов из текста так, чтобы он отражал суть содержания.

Владивосток
2021

11. Составьте окончательный текст сообщения.

12. Оформите материал в соответствии с «Правилами оформления текстовых материалов».

13. Прочтите текст медленно вслух, обращая особое внимание на произношение новых терминов и стараясь запомнить информацию.

14. Ответьте после чтения на вопросы и задания к текстам источников.

15. Восстановите последовательность изложения текста сообщения (что очень целесообразно), пересказав его устно после завершения работы над вопросами и заданиями.

16. Проводите самоконтроль не только после окончания работы над сообщением, но и непосредственно в ходе нее, чтобы не только сразу обнаружить ошибку, но и установить ее причину.

17. Сформулируйте вопросы и проблемы, желательные для обсуждения на занятии.

18. Проверьте еще раз свои знания спустя некоторое время, чтобы выяснить прочность усвоения учебного материала.

19. Еще раз устно проговорите свое сообщение в соответствии с планом.

20. Защита подготовленного сообщения проходит в устной форме, чтобы получить навык устного изложения и научиться отстаивать свою точку зрения, если вы убеждены в своей правоте.

21. Пользуйтесь планом сообщения и зачитывайте отдельные небольшие части, строки или цитаты.

22. Соблюдайте регламент - время изложения информации с одного печатного листа приблизительно равно 4-5 минутам.

Правила оформления текстовых материалов

Текстовый материал набирается компьютерным способом в одном из текстовых процессоров и распечатывается на листах формата А4.

Поля документа:

- верхнее, нижнее, левое - 2 см;
- правое - 1 см.

Гарнитура шрифта: Times New Roman, высота шрифта (кегль): 14 пт., цвет шрифта: черный, абзацный отступ: 1,25 см., междустрочный интервал: 1,5 строки, отступ между абзацами: 0 пт.

Нумерация страниц: внизу страницы по центру; титульный лист не нумеруется (особый колонтитул для первой страницы).

Допускается выделение главного по тексту полужирным начертанием или курсивом.

Таблицы допустимо заполнять текстом с высотой шрифта 10-14 пт. Названия столбцов таблицы выделяются полужирным начертанием и расположением по центру ячейки. Названия строк таблицы выделяются полужирным начертанием и расположением по левому краю ячейки. Остальные ячейки таблицы заполняются шрифтом с нормальным начертанием. Текстовое содержание ячеек может располагаться как по центру ячейки, так и по левому краю, и по ширине. Цифровое содержание ячеек таблицы располагается только по центру ячейки. Не допускается заливка ячеек таблицы цветом, а также цветной текст.

Название таблицы оформляется вверху перед таблицей в виде: Таблица - Название таблицы. Форматируется название по ширине с абзацным отступом.

Схема оформляется графическим способом с применением плоских геометрических фигур (прямоугольников, квадратов, кругов, овалов) с указанием логических связей между ними при помощи линий и стрелок.

Текст внутри фигур схемы оформляется шрифтом TimesNewRoman, размер 8-10 пт, 13пт форматирование по центру.

Название схемы располагается под ней по центру и начинается словом Рисунок. Затем после тире следует название схемы в виде: Схема «Название схемы»

Актуальный список литературы представлен в рабочей программе дисциплины ОГСЭ.05 Физическая культура.

Владивосток
2021

Методические рекомендации по освоению дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики

Введение

В представленной методической разработке рассматривается одна из тем дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики. Представлен раздел, взятый из курса линейной алгебры. Представлена теория на тему «Матрицы и определители», приводятся примеры практических задач.

Изучение данной темы способствует формированию представлений о математике как универсальном языке науки, об идеях и методах математики, развитию логического мышления, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования, а также воспитанию культуры личности, понимания значимости математики для научно-технического прогресса. Приведенные примеры и задачи подобраны не только с целью закрепления теоретического материала на занятиях высшей математики, но и с целью раскрытия широких возможностей применения математики при изучении других дисциплин профессионального цикла.

Тема «Матрицы и определители» относится к алгебраической содержательной линии изучаемой дисциплины, которая включает в себя по данной теме изучение понятий матрицы, определителя, обратной матрицы, основных типов матриц, свойств матриц и определителей, совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и применение матриц и определителей к решению математических и прикладных задач.

В ходе изучения данной темы рекомендуется решение большого количества практических задач, а также индивидуальных заданий. Примерное содержание таких заданий имеется в конце данной разработки.

Понятие матрицы. Типы матриц

Прямоугольная таблица

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mn} \end{pmatrix},$$

состоящую из m строк и n столбцов, элементами которой являются дей- *а* ствительные числа , где i - номер строки, j - номер столбца на пересечении которых стоит этот элемент, будем называть числовой матрицей порядка mn и обозначать $^{Ayyi\ x}$ *.

Рассмотрим основные типы матриц:

1. Пусть m = n, тогда матрица A - **квадратная** матрица, которая имеет

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots a_{nn} \end{pmatrix}$$

Элементы w- ***,a***тм образуют главную диагональ, элементы порядок n:

ᵃ2 ***n*** -:: " ***'ᵃn*** \ образуют побочную диагональ.

Квадратная матрица называется **диагональной**, если все ее элементы,

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0\dots & 0 \\ 0 & a_{22} \dots 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$ -- **22** ни). *a a a* = diag(

кроме, возможно, элементов главной диагонали, равны нулю:

Диагональная, а значит квадратная, матрица называется **единичной**, если все элементы главной диагонали равны 1:

1 0... o"
0 1... o

E ^{0} ■■■= diag (1, 1,

Заметим, что единичная матрица является матричным аналогом единицы во множестве действительных чисел, а также подчеркнем, что единичная матрица определяется только для квадратных матриц.

Приведем примеры единичных матриц:

$$E_{2x2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E_{3x3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Квадратные матрицы

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ 0 & a_{32} & a_{33} & \dots a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots 0 & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \dots 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix},$$

называются верхней и нижней треугольными соответственно.

В

0
= $\begin{pmatrix} 0 & 0 \ldots 0 \\ 0 & 0 \ldots 0 \\ \ldots\ldots\ldots \\ 0 & 0 \ldots 0 \end{pmatrix}$.

Заметим, что нулевая матрица может быть квадратной, матрицей-строкой или матрицей-столбцом. Нулевая матрица есть матричный аналог нуля во множестве действительных чисел.

5. Матрица называется **транспонированной** к матрице ^{mxn} и обозначать ется ^{A} $\boldsymbol{nxm}$ $_{5}$ если ее столбцы являются соответствующими по номеру строками матрицы ^{mxn}

Пример. Пусть $^{J} \wedge = {}^{4}$ $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, тогда $\overset{>}{2:x3} —$ $\boldsymbol{2}$ -1 1 4 0 3

Заметим, если матрица А имеет порядок m'n, то транспонированная матрица имеет порядок nm.

6. Матрица А называется **симметричной,** если А=А~ , и **кососимметричной,** если А = -А" . $\boldsymbol{I}$ $\boldsymbol{m}$

Пример. Исследовать на симметричность матрицы А и В.

$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, тогда $A^T = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, следовательно, матрица А - симметричная, так как А = А $\boldsymbol{I}$

В = $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, тогда $>$г $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$4, следовательно, матрица В - косо симметричная, так как В = - В ~ .

Заметим, что симметричная и кососимметричная матрицы всегда квадратные. На главной диагонали симметричной матрицы могут стоять любые элементы, а симметрично относительно главной диагонали должны стоять оди- $\boldsymbol{1a_\ a..}$ $\boldsymbol{y= p}$ На главной диагонали кососимметричной

a„

матрицы всегда стоят нули, а симметрично относительно главной диагонали *!J* ***a = - n***

Алгебра матриц

Рассмотрим действия над матрицами, но вначале введем несколько новых понятий.

Две матрицы А и В называются матрицами одного порядка, если они имеют одинаковое количество строк и одинаковое количество столбцов.

14 Q

ж _ 2*3 и 2x3 - матрицы одного порядка 2'3;

14 В

2x3 и 3*2 _ матрицы разных порядков, так как 2 ***'Ъфъ*** '2.

Понятия "больше” и "меньше” для матриц не определяют.

Матрицы А и В называются равными, если они одного порядка m'n, и ***a***

4 = IJ, где >г - 1,2,3, aj = 1,2, 3, ...,п.

Умножение матрицы на число.

Умножение матрицы А на число Х приводит к умножению каждого эле-

$$XA = V\begin{pmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \dots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \lambda a_{22} & \dots & \lambda a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda a & \lambda a & \dots & \lambda a \end{pmatrix}$$

мента матрицы на число Х:

Из данного определения следует, что общий множитель всех элементов матрицы можно выносить за знак матрицы.

Пусть матрица A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, тогда 5A= $\begin{pmatrix} 5\cdot 1 & 5\cdot 3 & 5\cdot 2 \\ 5\cdot 0 & 5\cdot 4 & 5\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 15 & 10 \\ 0 & 20 & 5 \end{pmatrix}$

Пусть матрица B $\begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 5 & 10 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5\cdot 4 & 5\cdot 2 \\ 5\cdot 1 & 5\cdot 2 \\ 0 & 5\cdot 1 \end{pmatrix} = 5\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Пример.

Свойства умножения матрицы на число:

1) ***XA = AX;***

2) (Xp)A = X(fiA) = fi(XA), где X,p = R;

3) ***(XA)^T =XA^T;***

4) 0A = 0.

Сумма (разность) матриц.

Сумма (разность) определяется лишь для матриц одного порядка m'n.

Суммой (разностью) двух матриц А и В порядка m'n называется матрица

ж , . , ***1с.. а.. Ь_ ._***
"; = ± ^{ij} (? = 1, 2, 3, ..., m ,

j = 1, 2, 3, ..., n.).

Иными словами, матрица С состоит из элементов, равных сумме (разности) соответствующих элементов матриц А и В.

A_{3x2} 1 3 / 0 −2 / −1 0), B_{3x2} 1 4 Л / 1 -2; / 2 1

тогда ***C A B*** .2x2 − 2 x

$$\begin{pmatrix} 1+1 & 3+4 \\ 0+1 & -2+(-2) \\ -1+2 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

D_{3x2} A_{3x2} 2 =

$$\begin{pmatrix} 1-1 & 3-4 \\ 0-1 & -2-(-2) \\ -1-2 & 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Если же "1:= $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B_{2x2} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, ± В не существует,

Пример. Найти сумму и разность матриц А и В.

так как матрицы разного порядка.

Из данных выше определений следуют свойства суммы матриц:

- коммутативность А+В=В+А;
- ассоциативность (А+В)+С=А+(В+С);
- дистрибутивность к умножению на число ***X*** =R: Л(А+В) = А.А+АВ;

- 0+A=A, где 0 - нулевая матрица;

Владивосток
2021

- A+(-A)=0, где (-A) - матрица, противоположная матрице A;
- $(A+B)^{Г} = A^{Г} + B^{Г}$.

Произведение матриц.

Операция произведения определяется не для всех матриц, а лишь для согласованных.

Матрицы A и B называются согласованными, если число столбцов мат- *IA B ,*

х ж _ х х тхг:, т^к, то матрицы A и B согласованные, так как n = n, а в обратном порядке матрицы B и A несогласованные, так как m Ф k. Квадратные матрицы согласованы, когда у них

а пхт, то будут согласованы матрицы A и B, а также матрицы B и A, так как п = n, m = m.

Произведением двух согласованных матриц *A B ,* *mxn* и

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a & a & \dots a \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots b_{2k} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots b_{nk} \end{pmatrix}$$

Д= ч т. m2 mnj g=

одинаковый порядок п, причем согласованы как A и B, так и B и A. Если т:а:, *B* называется матрица C порядка mk:

^mxк= ^A mxn• ^nxк^ элементы которой вычисляются по формуле:

c.. =a.-Ь л . - a... ■ К . a. -Ъ .
ц il 11 :2 2i *т* ***V (1 = 1,2,3,...,m,j=1,2,3,...,k),***

то есть элемент *IJ* i -ой строки и j -го столбца матрицы C равен сумме произведений всех элементов i -ой строки матрицы A на соответствующие элементы j -го столбца матрицы B.

$$A_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad B_{2\times 2} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix},$$

Пример. Найти произведение матриц А и В.

Владивосток
2021

$$A_{3x2} \cdot B_{2x2} = C_{3x2} = \begin{pmatrix} 1\cdot 2+3\cdot 3 & 1\cdot 5+3\cdot(-2) \\ 2\cdot 2+(-1)\cdot 3 & 2\cdot 5+(-1)\cdot(-2) \\ 0\cdot 2+4\cdot 3 & 0\cdot 5+4\cdot(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -1 \\ 1 & 12 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}$$

Произведение матриц B-A не существует, так как матрицы B и A не согласованы: матрица B имеет порядок 2'2, а матрица A - порядок 3'2. Рассмотрим свойства произведения матриц:

1) некоммутативность: AB Ф BA, даже если A и B, и B и A согласованы. Если же AB = BA, то матрицы A и B называются коммутирующими (матрицы A и B в этом случае обязательно будут квадратными).

Пример 1. 4*2 =(1 2) ^{S}2x\=

^{A}:x2 '^{B}ъ a=^{C}ы Jl-5-2-6) =(П).

Очевидно, что $^{1x;1}$ ф ^ ^{*2}

^{B}2x. 'Л*2-А

Пример 1 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B_{2x2} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$;

$$x2 = \quad 2x2 = \begin{pmatrix} 3\cdot(-1)+2\cdot 2 & 3\cdot 2+2\cdot 1 \\ (-1)\cdot(-1)+0\cdot 2 & (-1)\cdot 2+0\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & -2 \end{pmatrix};$$

$$B \cdot \cdot \blacksquare Д = \quad 2x2 = \begin{pmatrix} (-1)\cdot 3+2\cdot(-1) & (-1)\cdot 2+2\cdot 0 \\ 2\cdot 3+1\cdot(-1) & 2\cdot 2+1\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

C D „ &

Вывод: 2x 2 ф 2x2 $_5$ хотя матрицы ^{c} и одного порядка.

2) для любых квадратных матриц единичная матрица E является коммутирующей к любой матрице A того же порядка, причем в результате получим ту же матрицу A, то есть AE = EA = A.

$$A_{2x2} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad E_{2x2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

Пример.

$$A_{2x2} \cdot E_{2x2} = \begin{pmatrix} (-3)\cdot 1+4\cdot 0 & (-3)\cdot 0+4\cdot 1 \\ 1\cdot 1+2\cdot 0 & 1\cdot 0+2\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = A_{2x2}.$$

$$E_{2x2} \cdot A_{2x2} = \begin{pmatrix} 1\cdot(-3)+0\cdot 1 & 1\cdot 4+0\cdot 2 \\ 0\cdot(-3)+1\cdot 1 & 0\cdot 4+1\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = A_{2x2}.$$

3) A-0 = 0^A = 0.

4) произведение двух матриц может равняться нулю, при этом матрицы А и В могут быть ненулевыми.

$$A_{2x2} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad B_{2x2} = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 1\cdot 3+3\cdot(-1) & 1\cdot(-3)+3\cdot 1 \\ 2\cdot 3+6\cdot(-1) & 2\cdot(-3)+6\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 0_{2x2}$$

Пример.

5) ассоциативность ABC=A(BC)=(AB)C:

Л В , C,.) — *D j, (A - B* ,)■ C, , = D ..
мхгс- (пхк ■ loci тхг ■ тхп пхк kxl *mxI*

Пример.

Имеем матрицы $A_{2x1} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B_{1x3} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $C_{3x2} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$;

тогда A(BC) = $C_{3x2}) = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \right) =$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2\cdot 1+(-1)\cdot 0+0\cdot 2 & 2\cdot(-1)+(-1)\cdot 2+0\cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot 2 & 3\cdot(-4) \\ (-1)\cdot 2 & (-1)\cdot(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -12 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = D_{2x2};$$

$$(A_{2x1} \cdot B_{1x3}) \cdot C_{3x2} = \left(\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} =$$

(

Владивосток
2021

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

6 |1 -1' ■ 0 2
[3 o - 2

$$\begin{pmatrix} 6 & -12 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = D_{2x2}.$$

$$= \begin{pmatrix} 6\cdot 1+(-3)\cdot 0+0\cdot 2 & 6\cdot(-1)+(-3)\cdot 2+0\cdot 3 \\ (-2)\cdot 1+1\cdot 0+0\cdot 3 & (-2)\cdot(-1)+1\cdot 2+0\cdot 3 \end{pmatrix}$$

3-2 3 -(—1) 3-0*Л*

S-D-2 (-1)■(-!) (-l)-oj

Таким образом, мы на примере показали, что A(BC) = (AB)C.

6) дистрибутивность относительно сложения: (A+B)-C = AC + BC, A^(B + C)=AB + AC.

7) $(A-B)^{\Gamma} = B^{\Gamma}-A^{\Gamma}$.

Пример.

$$A^T{}_{2x2} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B^T{}_{3x2}$$

1 -1 2 "| 0
1 3
1 o 1

1 1
2 3;

Тогда AB $A_{2x2}.B_{2x3} = C_{2x3} = \begin{pmatrix} (-1)\cdot 1+2\cdot 0 & (-1)\cdot(-1)+2\cdot 1 & (-1)\cdot 2+2\cdot 3 \\ 3\cdot 1+0\cdot 0 & 3\cdot(-1)+0\cdot 1 & 3\cdot 2+0\cdot 3 \end{pmatrix}$

1 3 4'
3 -3 6 = (A-B)[7] $C^T{}_{3x2}$ $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.

1 - (— 1) — 0-2 13-
0-0"

В[Г ЛГ] A- $B^T{}_{3x2}.A^T{}_{2x2}$ **(-1)'(-1) —1-2 (-1)-3-Ю 2**
(-1)- 3 -2 2 ■ 3 - 3
■ 0_^

$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} =$

$C^T{}_{3x2}$.

Таким образом, $(A-B)^{1} = B^{1}A^{1}$.

8) ***ЦАВ) = (кА) В = А-QB), К -R.***

Рассмотрим типовые примеры на выполнение действий над матрицами, то есть требуется найти сумму, разность, произведение (если они существуют) двух матриц A и B.

Пример 1.

A_{3x4} B_{3x4} '2 -1 0 Г1 2 0 0 2 1 3 2 0^ 1 2 4 0" - 10 4 1 4 12 3 j

Решение.

1) ^3,4 + *3л4 = C3,4 $= \begin{pmatrix} 1+2 & 2+(-1) & 4+0 & 0+1 \\ -1+2 & 0+0 & 4+0 & 1+2 \\ 4+1 & 1+3 & 2+2 & 3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \\ 5 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$;

2) ^3,4 _ \v4=D3,4 = $\begin{pmatrix} 1-2 & 2-(-1) & 4-0 & 0-1 \\ -1-2 & 0-0 & 4-0 & 1-2 \\ 4-1 & 1-3 & 2-2 & 3-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 & -1 \\ -3 & 0 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$;

3) произведение *А в* не существует, так как матрицы А и В несо гласованы, впрочем, не существует и произведения ' *Д ± А,* 3*4 по той же причине.

Пример 2.

$A_{2x3} =$ 1 -1 0' 4 3 1 B_{3x1} $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Решение.

1) суммы матриц, как и их разности, не существует, так как исходные матрицы разного порядка: матрица А имеет порядок 2'3, а матрица В - порядок 31;

2) так как матрицы А и В согласованны, то произведение матриц АВ существует:

Г1-2 — (— 1) ■ 1 — 0 ■ (-2)3

"M

4,3.^. Д+ 3 1Д-2,Д4-2-3-1-1-(-2) 1 - 1 о; 1 $\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

x , ... , ■*B* $_{3x1}$ А, и ~x * не согласованны.

Владивосток
2021

$^{1\,2}J$

2 1
1 O

A_{3x2} $B_{2x3} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Пример 3.
Решение.

1) суммы матриц, как и их разности, не существует, так как исходные матрицы разного порядка: матрица А имеет порядок 3 '2, а матрица В - порядок 23;

2) произведение как матриц АВ, так и ВА, существует, так как матрицы

jx2 • 2x2 = jjCj *1x1* • *1x1* = ***D*** *lx* ^

согласованны, но результатом таких произведений будут матрицы разных по-

D_

$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

$A_{2x2} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B_{2x2} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Решение.

$= \begin{pmatrix} (-1)\cdot 1 + 0\cdot 5 & (-1)\cdot 2 + 0\cdot 1 & (-1)\cdot 3 + 0\cdot 2 \\ 1\cdot 1 + 3\cdot 5 & 1\cdot 2 + 3\cdot 1 & 1\cdot 3 + 3\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 8 \\ -1 & -2 & -3 \\ 16 & 5 & 9 \end{pmatrix} = C_{3x3}$

1) A 2x2+B ^--'-C ^ ^~

B_{2x3} $A_{3x2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 2 + 2\cdot(-1) + 3\cdot 1 & 1\cdot 1 + 2\cdot 0 + 3\cdot 3 \\ 5\cdot 2 + 1\cdot(-1) + 2\cdot 1 & 5\cdot 1 + 1\cdot 0 + 2\cdot 3 \end{pmatrix} =$

2) Лх2-3'*~"-
11

рядков:

= **2**x**2** => в данном случае АВ ***Ф*** В А. **Пример 4.**

$\begin{pmatrix} 2+(-1) & (-1)+0 \\ 3-2 & 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$,

2 произведение как матриц АВ, так и ВА, существует, так как матрицы согласованны:

$\begin{pmatrix} 2-(-1) & (-1)-0 \\ 3-2 & 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

3) произведение как матриц AB, так и BA, существует, так как матрицы согласованны.

$$X2 = ZXZ = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot(-1)+(-1)\cdot 2 & 2\cdot 0+(-1)\cdot 3 \\ 3\cdot(-1)+1\cdot 2 & 3\cdot 0+1\cdot 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$BAD_{2x2} \bullet {}_{2x2} = {}_{2x2}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-1)\cdot 2+0\cdot 3 & (-1)\cdot(-1)+0\cdot 1 \\ 2\cdot 2+3\cdot 3 & 2\cdot(-1)+3\cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 13 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow C\ D_{-x2\ ф\ 2}$$

$$\begin{pmatrix} 2+3 & 2+4 \\ 1+2 & 2+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 5 \end{pmatrix},$$

Пример 5.

$$A_{2x2} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B_{2x2} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} 2-4 \\ 2-3 \end{matrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix};$$

Решение.

$$A_{2X2} = {}_{2X2}$$

$$\begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 7 & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow 1C\ D_{2x2} = {}_{2x2}$$

$x!$ [5] то есть матрицы A и B некоммутирующие.

$Ij\ в\ C_{2x2} + {}_{2x2} = {}_{2x2} = {}^{3\ 3}$

=> AB=BA, т. е. данные матрицы коммутирующие.

$$A\ B\ C_{2x2} - {}_{2x2} = {}_{2x2}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 3+2\cdot 2 & 2\cdot 4+2\cdot 3 \\ 1\cdot 3+2\cdot 2 & 1\cdot 4+2\cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 14 \\ 7 & 10 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 2+4\cdot 1 & 3\cdot 2+4\cdot 2 \\ 2\cdot 2+3\cdot 1 & 2\cdot 2+3\cdot 2 \end{pmatrix} =$$

---

3 $^{A}2X2 - {}^{B}2X2 = {}^{D}2X2 =$

Определители квадратной матрицы и их свойства

Пусть A – квадратная матрица порядка n:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots a_{nn} \end{pmatrix}$$

Каждой такой матрице можно поставить в соответствие единственное действительное число, называемое определителем (детерминантом) матрицы и обозначаемое

$$\text{I I} = \det A = Д = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots a_{nn} \end{vmatrix}$$

Определителем второго порядка матрицы ^{2x1} называется число, определяемое по правилу:

Отметим, что определитель существует только для квадратных матриц.

= ^a^n«a _^a^u^a2l

Рассмотрим правила вычисления определителей и их свойства для квадратных матриц второго и третьего порядка, которые будем называть для краткости определителями второго и третьего порядка соответственно.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad (1)$$

т. е. определитель второго порядка есть число, равное произведению элементов главной диагонали минус произведение элементов побочной диагонали.

Пример.

A_{2x2} 4 -1| " ,тогда $|A|$ $\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$ 4 ■ 3 - (-1) ■ 2=12 + 2 14.

Следует помнить, что для обозначения матриц используют круглые или квадратные скобки, а для определителя - вертикальные линии. Матрица - это таблица чисел, а определитель - число.

Из определения определителя второго порядка следуют его **свойства**:

1. Определитель не изменится при замене всех его строк соответствую-

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}$$

щими столбцами:

2. Знак определителя меняется на противоположный при перестановке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} a_{12} & a_{11} \\ a_{22} & a_{21} \end{vmatrix}$$

строк (столбцов) определителя:

3. Общий множитель всех элементов строки (столбца) определителя

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} ka_{11} & a_{12} \\ ka_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

можно вынести за знак определителя:

или

4. Если все элементы некоторой строки (столбца) определителя равны нулю, то определитель равен нулю.

5. Определитель равен нулю, если соответствующие элементы его строк

$$\begin{vmatrix} a & a_{12} \\ ka & ka_{22} \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} a & ka_{12} \\ a & ka_{22} \end{vmatrix} = 0.$$

6. Если элементы одной строки (столбца) определителя равны сумме двух слагаемых, то такой определитель равен сумме двух определителей:

$$\begin{vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & a_{12} \\ b_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

(столбцов) пропорциональны:

7. Значение определителя не изменится, если к элементам его строки (столбца) прибавить (вычесть) соответственные элементы другой строки

$$\begin{vmatrix} a_{11}+ka_{21} & a_{12}+ka_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} a\ a \\ ::\ :: \\ *2i\ *2: \end{matrix} \quad + \begin{vmatrix} ka_{21} & ka_{22} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} a\ a \\ ::\ :: \\ *21\ *2: \end{matrix}$$

ка^ ка.

так как -$^{1}a \quad a_{22}$ =0 по свойству 5.

Остальные свойства определителей рассмотрим ниже.

Введем понятие определителя третьего порядка: **определителем третьего порядка** квадратной матрицы называется число

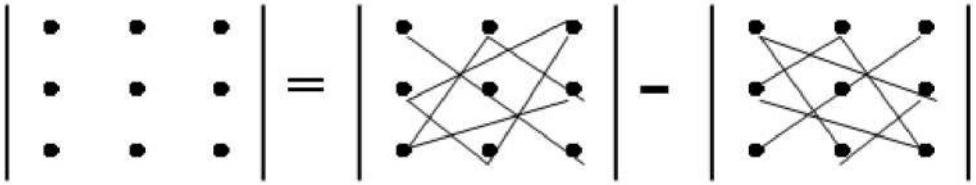
$$A = I\ I = \det A = \begin{matrix} a\ a & & a \\ & :: 12 & \boldsymbol{a} \\ a_{21} & A & \\ a & a & a \end{matrix}$$

(столбца), умноженные на одно и тоже число * :

= *11 *22 *33+*12 *23 *3:+*13 *21 *32 - *!3 *22 *3:_ *11 *23 *32 -*!2 *21 *33,

(2)

т. е. каждое слагаемое в формуле (2) представляет собой произведение элементов определителя, взятых по одному и только одному из каждой строки и каждого столбца. Чтобы запомнить, какие произведения в формуле (2) брать со знаком плюс, а какие со знаком минус, полезно знать правило треугольников



Пример. Вычислить определитель

1 -4 3

-2 1 0 4 2-2

$|A|$

(правило Саррюса):

=1 1 - (—2) — 4 ■ (-4) ■ 0 - 3 ■ (—2) - 2 — (3 1 4 - 1 - 0 - 2 - (-2) ■ (-2) ■ (-4)) =

= —2-12-0-(12-0-16) = —14 - 4 =-10

Следует отметить, что свойства определителя второго порядка, рассмотренные выше, без изменений переносятся на случай определителей любого порядка, в том числе и третьего.

Теоремы Лапласа и аннулирования

Рассмотрим еще два очень важных свойства определителей.

Введем понятия минора и алгебраического дополнения.

Минором элемента определителя называется определитель, полученный из исходного определителя вычеркиванием той строки и того столбца, ко-

*a*_

Л

ся его минор -- , взятый со знаком (-D' '-- . Алгебраическое дополнение будем обозначать $, то есть

Например:

Пример:

Тогда, наприме , $M_{23} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$, ***M.*** $\begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$

a

торым принадлежит данный элемент. Обозначают минор элемента *IJ* через ***M***
Алгебраическим дополнением элемента г определителя I^J I называет

$|A| \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, 4; = (-1)’"3 -У = (-1)2“; $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$,

множитель, получи

Вернемся к ф

= ^11 ^и+^и^п + ^г, Лз

Аналогично доказываются равенства:

4-^а\+*_а ^лоЛ^л /= 1 2 3' (3)

I j| а . Л . а А <? Л
М = и 1;+ 2; 2 / + 3 j ^ 1,2,3.

Формулы (3) называются формулами разложения определителя по элементам i-ой строки (j-го столбца), или формулами Лапласа для определителя третьего порядка.

Таким образом, мы получаем восьмое свойство определителя:

Теорема Лапласа. Определитель равен сумме всех произведений элементов какой-либо строки (столбца) на соответствующие алгебраические дополнения элементов этой строки (столбца).

Заметим, что данное свойство определителя есть не что иное, как определение определителя любого порядка. На практике его используют для вычисления определителя любого порядка. Как правило, прежде чем вычислять определитель, используя свойства 1 - 7, добиваются того, если это возможно, чтобы в какой-либо строке (столбце) были равны нулю все элементы, кроме одного, а затем раскладывают по элементам строки (столбца).

Пример. Вычислить определитель

$$|A| = \begin{vmatrix} 1998 & 1999 & 2000 \\ 2000 & 2001 & 2002 \\ 1998 & 1999 & 2001 \end{vmatrix} =$$ (из второй строки вычтем первую) =

$$\begin{vmatrix} 1998 & 1999 & 2000 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1998 & 1999 & 2001 \end{vmatrix}$$ = (из третьей строки вычтем первую)=

$$\begin{vmatrix} 1998 & 1999 & 2000 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$ = (разложим определитель по элементам третьей

строки) = 1-(^ $\begin{vmatrix} 1998 & 1999 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$ = (из второго столбца вычтем первый

1998 1 2

столбец)= **О** = 19980 - 12 = -2.

Пример.

Рассмотрим определитель четвертого порядка. Для его вычисления воспользуемся теоремой Лапласа, то есть разложением по элементам строки (столбца).

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$ = (так как второй столбец содержит три нулевых элемен

та, то разложим определитель по элементам второго столбца)= =3 ***,1-***
1

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$ = (из второй строки вычтем первую, умноженную на 3, а из третьей

строки вычтем первую, умноженную на 2) =

$$= 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -4 & -11 \\ 0 & 0 & -7 \end{vmatrix}$$ = (разложим определитель по элементам первого столб-

=4i (-i)^{1_1} $\begin{vmatrix} -4 & -11 \\ 0 & -7 \end{vmatrix}$ **3-11-4И-71-1-111-0 =3-28 = 84.**

ца) = 31-

Девятое свойство определителя носит название теорема аннулирования: сумма всех произведений элементов одной строки (столбца) определи-

теля на соответствующие алгебраические дополнения элементов другой строки (столбца) равна нулю, то есть

1а А. а *Л.*, *а А.*, „ л 1 - - 1 1 3
Л r:l + *a-:2+* fj *Id* =0, 1 - A -

Пример.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1998 & 1999 & 2000 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$ (разложим по элементам третьей строки)=

$$= \begin{vmatrix} 1999 & 2000 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}_{-0} (-1?- \begin{vmatrix} 1998 & 2000 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}_{+1} .(-I)^3-^3 \begin{vmatrix} 1998 & 1999 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$$

2.

Но, для этого же примера: 0: - 1 • 0Л1+0Л2 +1 Л3 = +0: -- +1

$$= \text{o-H)} \quad 2-: \begin{vmatrix} 1999 & 2000 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}_{+0} M)^2 \quad \begin{vmatrix} 1998 & 2000 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}_{+1} .C-D^{2\,"\,3} \begin{vmatrix} 1998 & 1999 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

0.

Если определитель любого порядка имеет треугольный вид

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$, то он равен произведению элементов, стоящих на диагонали:

, . o V (4)

Пример. Вычислить определитель.

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 \cdot (-2) \cdot 3 = -18.$$

Иногда при вычислении определителя с помощью элементарных преобразований удается свести его к треугольному виду, после чего применяется формула (4).

Что касается определителя произведения двух квадратных матриц, то он • ИН-ФИ

равен произведению определителей этих квадратных матриц:

Обратная матрица. Единственность обратной матрицы

В 1 теории чисел наряду с числом *a* определяют число, противоположное ему *(~ a)* такое, что *a* (^ °, и число, обратное *a - = -* ему *в* такое, что ■ — = 1 *в* . Например, для числа 5 противоположным будет число

1

(- 5), а обратным будет число - . Аналогично, в теории матриц мы уже ввели понятие противоположной матрицы, ее обозначение (- А). **Обратной матрицей** для квадратной матрицы А порядка и называется матрица $A^{-1}{}_5$ если выполняются равенства

Л ' Л ~ ' = Л~'- Л = Е 5 (1)

где Е - единичная матрица порядка n.

Сразу же отметим, что обратная матрица существует только для квадратных невырожденных матриц.

Квадратная матрица называется **невырожденной** (неособенной), если det А Ф 0. Если же det А = 0, то матрица А называется **вырожденной** (особенной). Отметим, что невырожденная матрица А имеет единственную обратную матрицу *A* '. Докажем это утверждение.

Пусть для матрицы А существует две обратные матрицы i , *A ~ - A* A ’ - , то есть

*4 ~ *

A-A --= A ~ ' - A = E A - A - L i ; ' - A = E
■ ' И 2 - .

Л-'- А ~' р А-' А-А ~- Тогда 1 = 1
Ь = 1 (2) =

= (A : .A) A ~ A A 2 = E 2 = 2 A 1 л “ I A 2 ~ -

Что и требовалось доказать.

Найдем определитель обратной матрицы. Так как определитель произведения двух матриц А и В одинакового порядка равен произведению определи-
~ LIB| = L4|"LB|
телеи этих матриц, т. е. ' I 1 1 1 1, следовательно, произведение двух невы рожденных матриц АВ есть невырожденная матрица.

$$\left|A\cdot A^{-1}\right| = |A|\cdot\left|A^{-1}\right| \quad \underset{=}{\boldsymbol{E}} \quad 1 \Rightarrow \left|A^{-1}\right| = \frac{1}{|A|}$$

Делаем вывод, что определитель обратной матрицы есть число, обратное определителю исходной матрицы.

Алгоритм построения обратной матрицы. Свойства обратной матрицы

Покажем, что, если матрица А невырожденная, то для нее существует обратная матрица, и построим ее.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots a_{nn} \end{pmatrix},$$

Пусть

Составим матрицу из алгебраических дополнений элементов матрицы А:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots A_{nn} \end{pmatrix}$$

Транспонируя ее, получим так называемую **присоединенную** матрицу:

$$\underset{V}{\boldsymbol{A}} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \ldots A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} \ldots A_{n2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ A_{1n} & A_{2n} \ldots A_{nn} \end{pmatrix}$$

Владивосток
2021

Найдем произведение $A \cdot A$. С учетом теоремы Лапласа и теоремы анну-

$$A \cdot \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{n} a_{1j}A_{1j} & \sum_{j=1}^{n} a_{1j}A_{2j} & \dots & \sum_{j=1}^{n} a_{1j}A_{nj} \\ \sum_{j=1}^{n} a_{2j}A_{1j} & \sum_{j=1}^{n} a_{2j}A_{2j} & \dots & \sum_{j=1}^{n} a_{2j}A_{nj} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^{n} a_{nj}A_{1j} & \sum_{j=1}^{n} a_{nj}A_{2j} & \dots & \sum_{j=1}^{n} a_{nj}A_{nj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |A| & 0 \dots 0 \\ 0 & |A| \dots 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots |A| \end{pmatrix} =$$

$$|A| \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \dots 0 \\ 0 & 1 \dots 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots 1 \end{pmatrix} = |A| \cdot E \quad \Rightarrow \quad A \cdot \widetilde{A} = |A| \cdot E \Rightarrow E = A \cdot \left(\frac{1}{|A|} \cdot \widetilde{A} \right) = A \cdot A^{-1}$$

лирования:

$$A^{-1} = \frac{\widetilde{A}}{|A|} \qquad (2)$$

Делаем вывод: 1

Й

Алгоритм построения обратной матрицы.

0. Вычислить определитель матрицы А. Если определитель равен нулю, то обратной матрицы не существует.

1. Если определитель матрицы не равен нулю, то составить из алгебраических дополнений соответствующих элементов матрицы А матрицу A .
2. Транспонируя матрицу A' 5 получить присоединенную матрицу $A_ш$
3. По формуле (2) составить обратную матрицу A^{-1} -.
4. По формуле (1) проверить вычисления.

Пример. Найти обратную матрицу.

Владивосток
2021

"1 2 3^

4 " 1

12 3

1. Пусть А= - . ' . Так как матрица А имеет две одинаковые строки, то определитель матрицы равен нулю. Следовательно, матрица вырожденная, и для нее не существует обратной матрицы.

0 1 2]

Вычислим определитель матрицы **1** о з ;

О О **2** *)

2. $$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \Rightarrow$$

обратная матрица существует. Составим матрицу из алгебраических дополнений

$$A' = \begin{pmatrix} (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} & (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} & (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix};$$

транспонируя матрицу А 5 получим присоединенную матрицу А

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

по формуле (2) найдем обратную матрицу -:
А

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \tilde{A} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{3}{2} \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Проверим правильность вычислений

$$A\text{-}Л^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -\frac{3}{2} \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0\cdot 0+1\cdot 1+2\cdot 0 & 0\cdot 1+1\cdot 0+2\cdot 0 & 0\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)+1\cdot(-1)+2\cdot\frac{1}{2} \\ 1\cdot 0+0\cdot 1+3\cdot 0 & 1\cdot 1+0\cdot 0+3\cdot 0 & 1\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)+0\cdot(-1)+3\cdot\frac{1}{2} \\ 0\cdot 0+0\cdot 1+2\cdot 0 & 0\cdot 1+0\cdot 0+2\cdot 0 & 0\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)+0\cdot(-1)+2\cdot\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

Следовательно, обратная матрица построена верна.

1. $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$;

(Л-В У¹ = В~'-
-А~'-

$$\left(A^{-1}\right)^{T} = \left(A^{T}\right)^{-1}$$

С

войства обратной матрицы

2.

3.

Задачи и упражнения Матрицы и действия над ними

1. Найти сумму, разность, произведения двух матриц A и B.

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$;

б) $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

в) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 2 & 0 & 4\\ -2 & 0 & -3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 4 & 2\\ 0 & -1 & 3\\ 2 & -2 & 1\end{pmatrix}$;

д) $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 4 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & 3\\ 0 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$;

е) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 0 & -5\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-5 & 5 & -10\\ 1 & -1 & 2\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$;

ж) $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 0 & -4\\ -8 & 0\end{pmatrix}$;

з) $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 0\\ -8 & 3\end{pmatrix}$;

и) $A=\begin{pmatrix}1 & -4 & 3\\ 3 & 2 & -1\\ 2 & -1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}\frac{3}{14} & \frac{5}{14} & -\frac{1}{7}\\ -\frac{4}{7} & -\frac{2}{7} & \frac{5}{7}\\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1\end{pmatrix}$

2. Доказать, что матрицы А и В коммутирующие.

а) A = Б = ***Ч***, V- ***Ч***; б) A = 4 2 -2 б B = S - 4

3. Даны матрицы А. В и С. Показать, что (АВ)С=А(ВС).

а) $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 4 & 1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 1\\ -1 & 0\\ -2 & 3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}4 & 8 & -4\\ -8 & 0 & 1\end{pmatrix}$;

б) A = (4 8 3 1) $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$

3. Вычислить (3A - 2B)C, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -8 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти ABC, если

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;

б) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$.

Ответы по теме «Матрицы и действия над ними»

AB = 1 -11 BA = O 12

6. Найти матрицу X, если 3A+2X=B, где
1. а)

б) произведения AB и BA не существуют;

v

в) $AB = \begin{pmatrix} 12 & 10 \\ 12 & 0 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 4 \\ 16 & 4 & 8 \\ 0 & 9 & 0 \end{pmatrix}$;

г) $AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 12 \\ 6 & 0 & 8 \\ -4 & -2 & -7 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 9 \\ -8 & 0 & -13 \\ -4 & 6 & -9 \end{pmatrix}$;

д) суммы, разности и произведения BA матриц не существуют, AB = (8 ***23)***.

$$BA = \begin{pmatrix} -10 & -20 & -30 \\ 2 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

е) $\boldsymbol{AB} \sim 0$.

ж) произведения матриц не существуют;

з) $AB = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -8 & 3 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 12 & 8 \\ -24 & -13 \end{pmatrix}$;

и) $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. а) $AB = BA = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 20 & 9 \end{pmatrix}$; б) $AB = BA = \begin{pmatrix} 32 & -40 \\ 40 & -8 \end{pmatrix}$

3. а) $ABC = \begin{pmatrix} 12 & 56 & -26 \\ -100 & 56 & -12 \end{pmatrix}$; б) ABC = (- 85 264)

4. $(3A - 2B) \cdot C = \begin{pmatrix} -34 & 12 & 16 \\ -112 & 14 & 56 \end{pmatrix}$.

5. а) $A^3 = \begin{pmatrix} 8 & -19 \\ 0 & 27 \end{pmatrix}$; б) $A^3 = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 16 \\ 0 & -3 & 24 \\ 16 & 8 & -11 \end{pmatrix}$

6. $X = \frac{1}{2}(B - 3A) = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{9}{2} & 0 \\ \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & -2 \end{pmatrix}$.

7. а) $ABC = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$; б) $ABC = \begin{pmatrix} 14 & 19 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$.

Определители

1. Вычислить определители

2. а) 3 1 2 4 б) 1 O O 1 в) 5 O O 5 г) 4 6 O 4 д) 2 4 1 2 е) 0 3 1 O

ж) $\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$; з) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix}$

3. С помощью правила треугольников вычислить определители

а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 8 \\ 0 & 3 & 2 \\ 8 & 1 & 0 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

4. Вычислить определители примера 2, используя теорему Лапласа.

5. Вычислить определители, предварительно упростив их:

а) $\begin{vmatrix} 11040 & 11041 & 11041 \\ 11040 & 11041 & 11043 \\ 11041 & 11042 & 11043 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x^2-1 & x^2-1 & x^2-1 \\ x^3-1 & x^3-2 & x^3-3 \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 3 & x^3+3 & x-1 \\ 3 & x^3+3 & x-2 \\ 3 & x^3+3 & x-3 \end{vmatrix}$;

г) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 7 & 2 \\ 4 & 6 & 8 & 7 \end{vmatrix}$; д) $\begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$; е) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$;

ж) $\begin{vmatrix} 4 & 8 & 1 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ -3 & -5 & 0 & 2 & 2 \end{vmatrix}$.

6. Вычислить определитель методом приведения его к треугольному виду

2 - 1 4 1
2 2
1 0
2 - 1 3 2
2 2
1 4

7 Пусть даны матрицы А и В. Доказать, что $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$:

.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 4 \\ & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответы по теме «Определители»

1. а) 10; б) 1; в) 25; г) 16; д) 0; е) -3; ж) -6; з) 1.
2. а) -25; б) 168; в) 21; г) 12.
3. а) -25; б) 168; в) 21; г) 12.
4. а) 2; б) 0; в) 0; г) 70; д) 18; е) -66; ж) -36.
5. -24.

Обратная матрица

1. Найти обратную матрицу:

а) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; в) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$; г) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$;

д) $A = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; е) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$; ж) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; з) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$;

и) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$; к) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -5 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; л) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$;

м) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & x^2 & 0 \\ 0 & 0 & x^2 \end{pmatrix}$.

2. Найти обратную матрицу и проверить выполнение условия $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$

а) $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 8 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

3. Доказать равенство $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$.

A 1 4 B = 2 8 1 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

а) ∀ J , ∨ J ; б) 4. Доказать

u-y-^r¹

равенство

4 1 $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 \\ 0 & 8 & 1 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

а) ᵛ ; б) О 2

Ответы по теме «Обратная матрица»

1. а) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} \end{pmatrix}$; б) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; в) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$; г) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$;

д) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$; е) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}$; ж) л ¹ = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

з) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$; и) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{14}{25} & -\frac{11}{25} & -\frac{2}{25} \\ \frac{1}{25} & \frac{1}{25} & \frac{7}{25} \\ \frac{3}{25} & \frac{3}{25} & -\frac{4}{25} \end{pmatrix}$;

к) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{10} & \frac{2}{5} \\ \frac{2}{15} & -\frac{1}{15} & \frac{7}{15} \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$; л) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{12} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{12} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{12} & \frac{1}{4} & \frac{5}{12} \end{pmatrix}$;

м) |A| = 0 ;н) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{x^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{x^2} \end{pmatrix}$.

(9

$$= i\text{-}^{v}$$

$$= l\text{-}^{\wedge\prime}>$$

o

$$= l\text{-}^{r}$$

$$\backslash\text{-}Y\text{-}_{1}JS = I'Js\text{-}v)$$

(9

$$= !\text{-}*$$

$$= Tv$$

o

$$\backslash\text{-}V\text{-}_{l}JS = {}_{\ell}\,M\,V)$$

$$= T\text{-}S$$

— *9*

$$I\text{-}$$

$$fe \bullet$$

$$I\text{-}^{1}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & 7 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad c^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & -7 \\ \frac{2}{3} & -1 & 8 \end{pmatrix}.$$

Индивидуальные задания

1. Вычислить определитель разложением

а) по i- той строке;

б) по j- тому столбцу.

1.1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 5 \\ -1 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$; i=2, j=3.

1.2. $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 8 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 7 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$; i=3, j=2.

1.3. $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 3 \end{vmatrix}$; j=1.

1.4. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$; i=3, j=3.

1.5. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ -3 & 7 & 1 & 0 \\ 8 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$; i=1, j=4.

1.6. $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 & 8 \\ -4 & 0 & 1 & 2 \\ -6 & 1 & 0 & 4 \\ 8 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$; i=2, j=2.

1.7. $\begin{vmatrix} -3 & -6 & 4 & 6 \\ 8 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$; i=4, j=4.

1.8. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 & 8 \\ 0 & -4 & 8 & 6 \\ 3 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$; i=2, j=2.

1.9. $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & -3 & 1 \end{vmatrix}$; i=3, j=2.

1.10. $\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 7 & 4 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$; i=3, j=2.

1.Ц. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 8 & 6 & 6 & 2 \\ 4 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$; i=1, j=2.

1.12. $\begin{vmatrix} 4 & -2 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$; i=2, j=1.

1.13. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$; i=2, j=3.

1.14. $\begin{vmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 8 & 2 \end{vmatrix}$; i=1, j=3.

1.15. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -3 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$; i=4, j=2.

1.16. $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 6 & 8 \\ -1 & 0 & -6 & 4 \\ 8 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ i=2, j=3.

$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$; , 1.17. i=2, j=4.

1.18. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$; i=1, j=3.

1.19. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & -6 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$; i=2 , j=

$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 3 \\ -2 & 0 & 0 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ 1 .2 0 . " " ~ ; 1 .2 1 . i=1, j=4.

$\begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 6 & -1 & 0 & 8 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} 2 & 6 & 6 & 2 \\ 4 & 11 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} -1 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 9 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$

1.22. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}$; i=1, j=3.

1.23. $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & 1 & 6 \end{vmatrix}$; i=2, j=1.

1.24. $\begin{vmatrix} 3 & 6 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 4 & 2 \\ 3 & 0 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$; i=3, j=4.

1.25. ; 1.26. ; 1.27. ,

i=4, j=3. i=3, j=3. i=1, j=2.

Актуальный список основной и дополнительной литературы представлен в рабочей программе ЕН.01 Элементы высшей математики.

Методические рекомендации по освоению дисциплины
ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики

Пояснительная записка

В представленной методической разработке рассматриваются практические работы по курсу ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики. В рекомендациях представлены темы, взятые из курса теории графов, дискретной математики и математической логики.

Перечень практических работ по учебной дисциплине ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики:

1. Практическая работа № 1. Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований.
2. Практическая работа № 2. Представление булевой функции в виде СДНФ, СКНФ, многочлена Жегалкина.
3. Практическая работа № 3. Решение задач на выполнение операций над множествами исследование бинарных отношений.
4. Практическая работа № 4. Решение задач по теории графов.

Практическая работа № 1

Упрощение формул логики с помощью равносильных преобразований

Цель: формирование у студентов умений, используя основные равносильности и тавтологии, упрощать формулы логики, записывать формулы логики в виде ДНФ и КНФ

Методические рекомендации

Перед началом выполнения практической работы необходимо повторить следующие понятия:

- равносильные формулы;
- основные равносильности и основные тавтологии алгебры высказываний;
- элементарные дизъюнкции и конъюнкции;

приведенная нормальная форма; дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Основные равносильности алгебры высказываний

1. ——A = A	11. A v (B л A) = A
2. A v—A = 1	12. A v (B v C) = (A v B) v C
3. A л —A = 0	13. A л (B л C) = (A л B) л C
4. A v A = A	14. A л (B v C) = (A л B) v (A л C)
5. A л A = A	15. A v (B л C) = (A v B) л (A v C)
6. A v 0 = A	16. —(A v B) = —A л—B
7. A v 1 = 1	17. —A л B) = —A v—B
8. A л 0 = 0	18. A ^ B = —A vB
9. A л 1 = A	19. A ^ B = (A ^ B) л (B ^ A)
10. A л (B v A) = A	

Пример 1. С помощью равносильных преобразований упростите высказывание

(((A л (-C)) ^ (B v D)) v ((A ^ (D v C)) ^ (—B)))

Решение.

((A л (-C)) ^ (B v D)) v ((A ^ (D v C)) ^ (—B)) = (—((A л (—C)) v (B v D)) v v ((-A v (D v C)) ^ (-B)) = ((—A v C) v (B v D)) v (—(—A v (D v C))) v (—B)) =
= (—A v C v B v D) v (A л (—(D v C)) v (—B)) = (—A v C v B v D) v (A л (—D л л (—C)) v (—B)) = (—A v C v B v D) v (A л (—D) л (—C)) v (—B)) =
= (—A v C v B v D) v (A л (—D) л (—C) v (—B))

Пример 2. Равносильными преобразованиями приведите формулу $F(X, Y, Z) = X \text{ л } (—Y \text{ л } Z)) \text{ v } X \text{ v } Y$ к ДНФ.

Решение.

1) ***Хл(—YлZ))vXvY = Хл(—Y v(—Z)))vXvY - ПНФ***

2) IAK v(nZ)))v!v7 E (У л ^7)) v(^ л ^))v - ДНФ

эк ЭК ЭК ЭК

Задание 1. Упростите формулы

Вариант 1.

1) F (A1 > A2 ' A3) =(A1 ^ A2) л (A2 ^ A) ^ (A3 ^ A1)

2) F(P, Q, R) = (P v Q v R) A (P v Q v—R)

3) F (P, Q, R, S, T) = -((P v Q) A R) A —((S v R) A—P v Q v R) A T A—T) Вариант 2.

1) ***F (***A, Aj, ***A***j) = (A A ***A*** ^) v (A —— —A**3**) v (Aj A AJ) v (—A A AJ A A^)

2) *F(P, Q, R, S) = Q v (P v—P) v (P v—R) v S*

3) *F(P, Q, R) = — (P — - (Q A P)) — (P v R) Вариант 3.*

1) F(S,T,M) = S v (T A S AM)

2) *F(P,Q) = (P — Q) v (P — (Q A P))*

3) *F(Q, R, T) = R v—Q — (Q v T))*

Вариант 4.

1) F(A∧ A2) = —(A1 — A2) v (A2 ——A1)

2) F(P,Q) = QA(PvQ)AP

3) F(P,Q) = PA(Qv—P)A((—Q — P)vQ) ***Задание 2.***

Запишите формулы в ДНФ *Вариант 1.*

1) (A — B) ^ (—A v B)

2) —(A A—B) ^—A

Вариант 2.

1) ((A — B) A C) v—A A B

2) —(A v—B) A —(A AB)

Вариант 4.

1) (A A (A v B)) A (—B — A)

2) —((A A B) v C)

Вариант 3.

1) A A B — (—B A B — C)

2) (AA—B)A— AvB)

Задание 3. Запишите формулы в приведенном виде (содержащем только операции —, A, v над переменными)

Вариант 1.

1)

B) — —C)

2)

A (C — D) A D

Вариант 2.

——A A B) A—C A D)) A C 1) —(—(A A

(A — B) A (C — D) A B 2) (A — B)

Вариант 3.

1) —((A A—B) A—(C A D))

Вариант 4.

1) ——(A A B) A—(C A D))

2) *(А л В л* С) ^ *(—А v* В) ^ *В л* —С 2) —(А ^ В) v *(С v* В>)

Задание 4. Равносильными преобразованиями приведите формулу к ДНФ и КНФ.

Вариант 1. F(X,Y, Z) = X v (—(X л Z)) л (X v Y)

Вариант 2. F(X,Y, Z) = X v Y v X л Z v (—X л Y)

Вариант 3. F(X,Y, Z) = X л Y v (—(X л Y v (—X))) л Z v X

Вариант 4. F(X,Y,Z) = (Xv Z) л (—(Xл Y))vX

Практическая работа № 2

Представление булевой функции в виде СДНФ, СКНФ, многочлена Жегалкина.

Цель: формирование у студентов умений проверять булевы функции на эквивалентность, приводить булевы функции к СКНФ и СДНФ, строить полином Жегалкина.

Методические рекомендации.

Перед началом выполнения практической работы необходимо повторить следующие понятия:

- логические функции: тожественная, тождественный нуль, тождественная единица, инверсия;
- булева функция одной переменной, двух переменных, n переменных;
- равные булевы функции;
- вектор значений булевой функции;
- способы задания булевой функции;
- совершенные элементарные конъюнкции и совершенные элементарные

дизъюнкции;

- совершенная дизъюнктивная нормальная форма;
- совершенная конъюнктивная нормальная форма;
- операция двоичного сложения;
- представление булевой функции в виде полинома Жегалкина.

Пример 1. Проверьте, являются ли булевы функции *F* и *F* эквивалентными:

F = y ® (y ^ x) и ***F*** = (x Φ x) ^ (x Φ x)

Решение.

Составим таблицу истинности для данных функций:

			X ^ x_3		x Φ x	x Φ x	
			1		0	0	
			0		0	1	
			1		1	0	
			1		1	1	
			1		1	1	
			0		1	0	
			1		0	1	
			1		0	0	

Вывод: булевы функции *F* и *F* не эквивалентны.

Пример 2. Равносильными преобразованиями приведите булеву функцию к совершенной нормальной форме (СКНФ и СДНФ):

$F(x,x,x_3) = XX \vee x_3 \wedge x' x_3$

Решение.

$F(x,x,x_3) = XX \vee x \wedge xx = xX \vee x \vee xX = xX \vee x \vee xx_3$ дизъюнктивная нормальная форма.

Приведем к СДНФ:

xx v x v xx = (xx ' 1) v (1 -1 -x_3) v (x -1 - x) = (xx ■ (x v x)) v ((x v x)' (X v x)■ x) v

v (x ■ (X v x)■ x) = (xxx) v (***xXX***) v ((xx v ***XX*** v xx v x ■ X)■ x) v (***xXX***) v (xXX)

= (XXX) v (XXX) v (XXX) v (XXX) v (XXX) v (x ■ XX) v (XXX) v (XXX) =

= (XXX) v (XXX) v (XXX) v (XXX) v (X ■ XX) v (XXX)

Приведем упрощенную формулу к СКНФ:

Пример 1. Проверьте, являются ли булевы функции *F* и *F* эквивалент-

X X v X v X X = (X v X)(X v X) v XX = (X v x v x)(X v x v x)(X v x v x) ■ ■ (x v x v x) = (X v X)(X v X v X) ■ 1 ■ 1 = (X v x)(X v x v x)

$(x \vee x_3)(x_2 \vee x_3 \vee x) = (x \vee o \vee x_3)(x \vee x \vee x) = (x \vee (x X) \vee X)$

$(x \vee X \vee X) = (x \vee x \vee x)(x \vee x \vee x)(x \vee x \vee x)$

Пример 3. Постройте СДНФ и СКНФ для булевых функций, заданных таблично:

x_1	X	x_3	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Решение.

1. Построим СДНФ. Наборы, на которых функция принимает значение 1:

   F(0,1,0)=F(1,0,0)=F(1,0,1)=F(1,1,0)=F(1,1,1)=1

   $K = x \blacksquare x \blacksquare x_3$

   $K = x \blacksquare x$

   $\blacksquare x_3 K = x$

   $\blacksquare x \blacksquare x_3$

   $K_4 = x \blacksquare x$

   $\blacksquare x_3 K = x$

   $\blacksquare x \blacksquare x_3$

   $F = .$ - СДНФ

2. Построим СКНФ. Наборы, на которых функция принимает значение 0:

   F(0,0,0)=F(0,0,1)=F(0,1,1)=0

   $D = x \vee x \vee x_3$

   $D_2 = x \vee x_2 \vee x_3$ $D_3 = x \vee x_2 \vee x_3$

   $F = (x \vee x_2 \vee x)(x \vee x \vee x)(x \vee x \vee x)$ - СКНФ

Пример 4. Постройте полином Жегалкина для функции x ■ ***y*** ^ x ^ z

Решение.

1. Упростим формулу и представим ее в СДНФ:

$x \cdot y - x - z = x \cdot y \vee x - z = x \vee y \vee x - z = y - z = y \vee z = y \cdot z$

2. Преобразуем: $y \cdot z = y \cdot (10z) = y\,0y \cdot z$ Задания

практической работы:

Задание 1. Проверьте, являются ли булевы функции F и F_2 эквивалентными:

Вариант 1. $F_1 = x_1 - (x_2 = x_3)$ и $F_2 = (x_1 - x_2) = (x_1 - x_3)$

Вариант 2. $F_1 = x_1 \cdot (x_2 = x_3)$ *и* $F_2 = (x_1\ x_2) = (x_1\ x_3)$

Вариант 3. $F_1 = x_1 - (x_2 \vee x_3)$ *и* $F_2 = (x_1 - x_2) \vee (x_1 - x_3)$

Вариант 4. $F = xx \vee x_3\ x_2 \vee x_3\ x_3$ и $F_2 = x_3\ x_2x_3 \vee x_3\ x$

Вариант 5. $F_1 = x_1 = x_3$ *и* $F_2 = (x_1 \vee x_2 \vee x_3) - (x_1 \vee x_2)(x_2 \vee x_3)$

Задание 2. Равносильными преобразованиями приведите булеву функцию к совершенной нормальной форме (СКНФ и СДНФ):

Вариант 1. $F(x_3, x_2, x_3) = x_2\ x_3x_3 \vee (x \cdot x_2 - x_3)$

Вариант 2. $F(x_3, x_2, x_3) = x_3x_2 - x_3 \vee x_3\ x_2\ x_3$

Вариант 3. $F(x_3, x_2, x_3) = x \cdot (x_2 \vee x_3\ x_3) - x_3\ x_2\ x_3$

Вариант 4. $F(x_3, x_2, x_3) = x_3\ x_3 \vee x_3 - x \cdot x$

Вариант 5. $F(x_3, x_2, x_3) = x_2 \wedge \overline{x_3\ x \vee x_2}$

Задание 3. Постройте СДНФ и СКНФ для булевых функций, заданных таблично:

Вариант 1.

	*2	x_3	***F***
0	0	0	***1***
0	0	1	***0***
0	1	0	***1***
0	1	1	***0***
1	0	0	***1***
1	0	1	***0***
1	1	0	***1***
1	1	1	***1***

Вариант 2.

*1	*2	x_3	***F***
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Вариант 3.

x_1	x_2	x_3	***F***
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Вариант 4.

X,	X,	x_3	***F***
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Вариант 5.

X,	X,	x_3	***F***
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

X,	x_2	x_3	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

X,	X,	x_3	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Вариант 3.

X,	X,	*3	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Вариант 4.

	x_2	x_3	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1

Вариант 5.

	x_2	x_3	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1

Задание 4. Представьте в виде полинома Жегалкина булевы функции, заданные таблично:

Вариант 1. ***Вариант 2.***

Задание 5. Постройте полином Жегалкина для функций

Вариант 1. x ^ y ^ x ^ z

Вариант 2. (x^y)^(y^z)

Вариант 3. ***(***x ■ y***)(***x ^ z)

Вариант 4. (x ^ y)(y ^ z)

Вариант 5. (x^y)(y ^ z)

Практическая работа № 3

Решение задач на выполнение операций над множествами и исследование бинарных отношений

Цель: формирование у студентов умений производить операции над множествами и применять полученные знания при решении практических задач

Методические рекомендации

Множества - совокупность элементов, объединённых некоторым признаком или свойством.

Множество считается заданным, если или перечислены все его элементы или задано свойство, которым обладают те и только те элементы, которые принадлежат этому множеству.

Способы задания множеств:

1) M=(ш**1** , $ш_2$... m_n} - перечислением всех элементов

2) M={a|P(a)} множество M состоит из таких элементов a, которые обладают свойством P.

Множество можно задать процедурой, которая описывает способ получения элементов нового множества из уже существующего или других объектов.

Если множество не содержит элементов, обладающих характеристическим свойством, то оно является пустым(**o**).

Множество не являющееся пустым называется непустым.

Изображение множеств

Множества изображаются с помощью кругов Эйлера.

$a \in A$

$b \notin A$

- a
- b

Подмножество - множество К является подмножеством множества М, если V X е *К* выполняется х е ***М.***

Для любого множества можно указать минимум два подмножества: оно само и пустое.

Универсальным называется множество U, состоящее из всех возможных элементов, обладающих данным признаком.

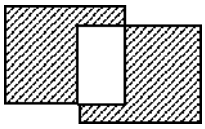
Равными называют множества А и В, состоящие из одинаковых элементов.

Число элементов множества А называется его мощностью и обозначается n (А) или |А|.

Операции над множествами

Основные операции над множествами

Название операции	Обозначение	Изображение кругами Эйлера	Определение	Символическая запись
Пересечение множеств	$A \cap B$	А	Те и только те элементы, которые принадлежат **одновременно** и А и В	$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$
Объединение множеств	$A \cup B$	А *щ*	Те и только те элементы, которые принадлежат **хотя бы одному** из множеств А и В	$A \cup B = (x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$
Разность множеств	$A \setminus B$	А *ХАЛ*)	Те и только те элементы множества А, которые **не** принадлежат множеству В	$A \setminus B = (x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$
Дополнение к множеству А	$A = A' = U \setminus A$		Те и только те элементы, которые **не** принадлежат множеству А (т.е. дополняют его до	$A = (x \mid x \notin A\} = U \setminus A$

			универсального U)	
Симметрическая разность	$A \Delta B$	A 	Те и только те элементы, которые принадлежат одному из множеств: А либо В, но не являются общими элементами	$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

Кортежи. Декартово произведение

Кортежем длины n из элементов множества А называется упорядоченная последовательность элементов этого множества, причём на первом месте стоит прообраз единицы.

Два кортежа называются равными, если они имеют одинаковую длину и их элементы с одинаковыми номерами совпадают.

Пусть А - конечное множество, элементами которого являются некоторые символы, цмфры, буквы. Такое множество называют алфавитом над заданным множеством символов. Алфавит есть кортеж попарно различимых символов, которые называют буквами алфавита. Элементы множества называются словами длины n в алфавите А. Слово над алфавитом есть просто некоторая конечная последовательность символов.

Рассмотрим множество В, состоящее из двух элементов: 1 и 0. Кортежи длины М из этих элементов обозначим В в степени м, тогда п(В в степени м) равна 2 в степени м. Такие кортежи являются упорядоченными наборами или векторами.

Каждый такой n-мерный вектор единственным образом определяет вершину куба, построенного на единичных векторах.

Кортеж из нулей и единиц используется для кодировки геометрических изображений, штрих коды для сообщения определённой информации.

Декартовым произведением множеств называется множество, состоящее из всех кортежей длины К, в которых ак принадлежит Ак, где 1<к<п.

Если множества А и В конечны, то их декартово произведение можно представить в общем виде таблицей из n столбцов и к строк.

Число элементов в декартовом произведении конечных множеств А и В равно произведению элементов А на число элементов В.

Если А1=А2=.. ,.=Аn=А, то записывают А в степени n=А x А x...А n Y

n-ая декартовая степень множества А.

Примерами декартовых произведений являются таблица сложения, умножения и всевозможные наборы пар координат на плоскости.

Бинарное отношение - соответствие между равными множествами А и В называется отношением на данном множестве А.

Отношения в некоторых числовых множествах могут выражаться терминами «быть равным», «быть больше», «быть делителем» и т. д.

Отношение во множестве линий на плоскости могут выражаться терминами «быть параллельными», «быть перпендикулярными», «пересекаться».

Подмножества R с M в степени n называется n-местным отношением на непустом множестве M.

При n=2 отношение R называется бинарным.

Бинарным отношением между элементами множеств А и В называют любое подмножество

R с А x В

Свойства бинарных отношений:

1. Рефлективность aRa («быть не больше»)
2. Антирефлективность («быть больше»)
3. Симметричность (аКв, то вЯа)
4. Антисимметричность («быть больше»)
5. Транзитивность аКв, вЯс, то aRc
6. Антитранзитивность
7. Ассимметричность (не выполняется одновременно аКв и вКа)
8. Связность (если а не = в, то либо аКв, либо вКа)

Задания практической работы:

Задание 1. Укажите множество действительных чисел, соответствующее записи

Вариант 1. $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$

Вариант 2. $B = \{x \mid x^2 - 3x + 2 > 0\}$

Вариант 3. $A = \{x \mid x^2 - 3x < 0\}$

Вариант 4. $C = \{x \mid -6 < x < 2, x \in Z\}$

Вариант 5. $D = \{x \mid -6 < x < 2, x \in N\}$

Вариант **6** . $F = \{x \mid x^2 - 3x+2 < 0\}$

Задание 2. Даны отрезки $A = [-4;5]$, $B = (2;6]$, $C = (5;10]$. Найдите следующие множества и изобразите их кругами Эйлера

Вариант 1. $(A \cup C) \setminus (A \cap B)$

Вариант 2. $(C \cup B) \setminus (A \cap B)$

Вариант 3. $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$

Вариант 4. $A \cap B$ Вариант 5. $(A \cap B) \cup C$ Вариант **6** . $(A \cup B) \cup C$

Задание 3. Выполните действия и определите мощность полученного множества

Вариант 1. $A = \{5,7,9\} \cup \{12,15\}$, $B = \{5,7,9\} \cap \{12,15\}$

Вариант 2. $A = \{5,7,9\} \cap \{5,57,59\}$, $B = \{5,7,9\} \cup \{5,57,59\}$

Вариант 3. $A = \{x \mid x$ *- звонкий согласный звук},*

$B = \{x \mid x$ *- глухой согласный звук*$\}$. Найдите $A \cup B$ и $A \cap B$

Вариант 4. $\{1,2,3\} \setminus \{2,3\}$, $\{1Д3\} \setminus \{4,5\}$

Вариант 5. $A = \{15,7,9\} \cup \{2,15\}$, $B = \{15,7,9\} \cap \{2,15\}$

Вариант **6** . $A = \{5,7,9\}$, $B = \{5,57,59\}$, $C = \{9,57\}$. Найдите $(A \cup B) \cap C$

Задание 4. В результате социологического опроса студентов программирования о занятиях в свободное от уроков время выяснилось, что из 100 человек:

18 - любят только читать книги;

24 - читают книги, но не ходят в театр;

7 - читают книги и посещают театр;

28 читают книги;

47 - ходят на дискотеки;

9 - посещают театр и дискотеки;

13 - лежат на диване перед телевизором, занимаются только просмотром всех возможных каналов телевидения.

Вариант 1. Сколько студентов читают книги, посещают театр, но не дискотеки?

Вариант 2. Сколько студентов посещают либо дискотеки, либо театр?

Вариант 3. Сколько студентов, посещая дискотеки и театр, не любят читать книги?

Вариант 4. Сколько студентов предпочитают только дискотеки?

Вариант 5. Сколько студентов посещают либо дискотеки, либо театр, либо читают книги?

Вариант **6** . Сколько студентов любят ходить в театр?

Задание 5. Даны множества *A* = {1,2,3}, *B* = *{x, y, z}, C = {а, б, в}*. Запишите декартовы произведения множеств

Вариант 1. *A x в*

Вариант 2. *в x A*

Вариант 3. *в x C*

Вариант 4. *c x в*

Вариант 5. *A x c*

Вариант **6** . *c x A*

Задание 6. Постройте множество A^2, если:

Вариант 1. A = {0, 1};

Вариант 2. A = {0, 2, 4, **6** , **8** };

Вариант 3. A = {день, ночь};

Вариант 4. A = {x, y, z};

Вариант 5. A = {1, 3, 5, 7};

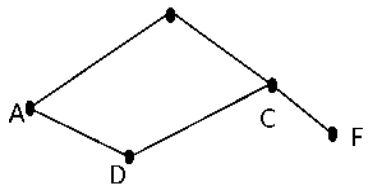
Вариант **6** . A = {a, b, c, d}.

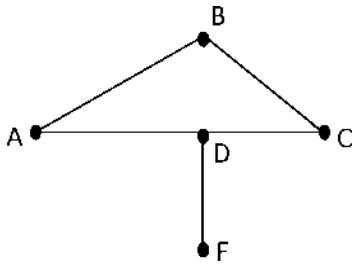
Практическая работа № 4

Решение задач по теории графов

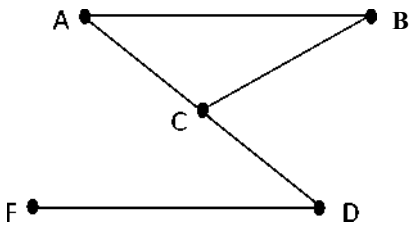
Цель: формирование у студентов умений строить графы, указывать элементы графа, строить таблицы инцидентности и смежности.

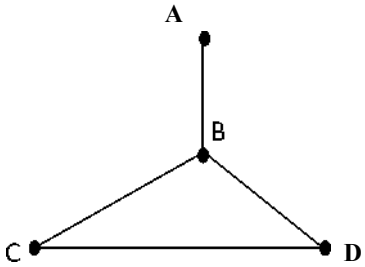
Задание 1. Постройте изоморфизм графов Вариант!. в Вариант 2.





Вариант 3.



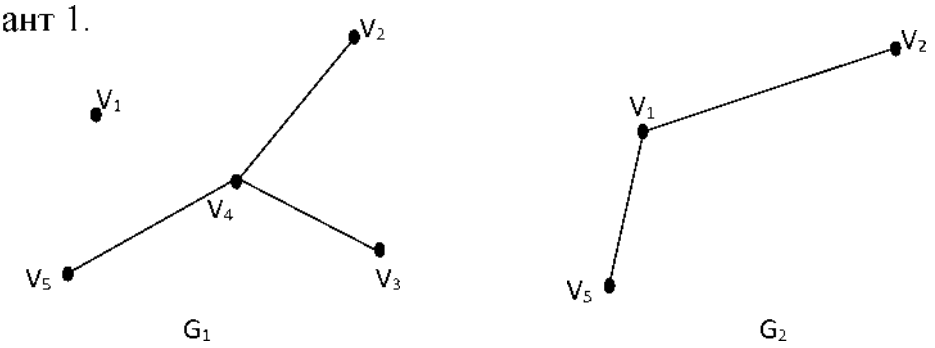


Вариант 4.

Задание 2. Приведите пример эйлерова графа, гамильтонова цикла. Постройте эти циклы.

Задание 3. Найдите объединение и пересечение графов Gi и G2, до-

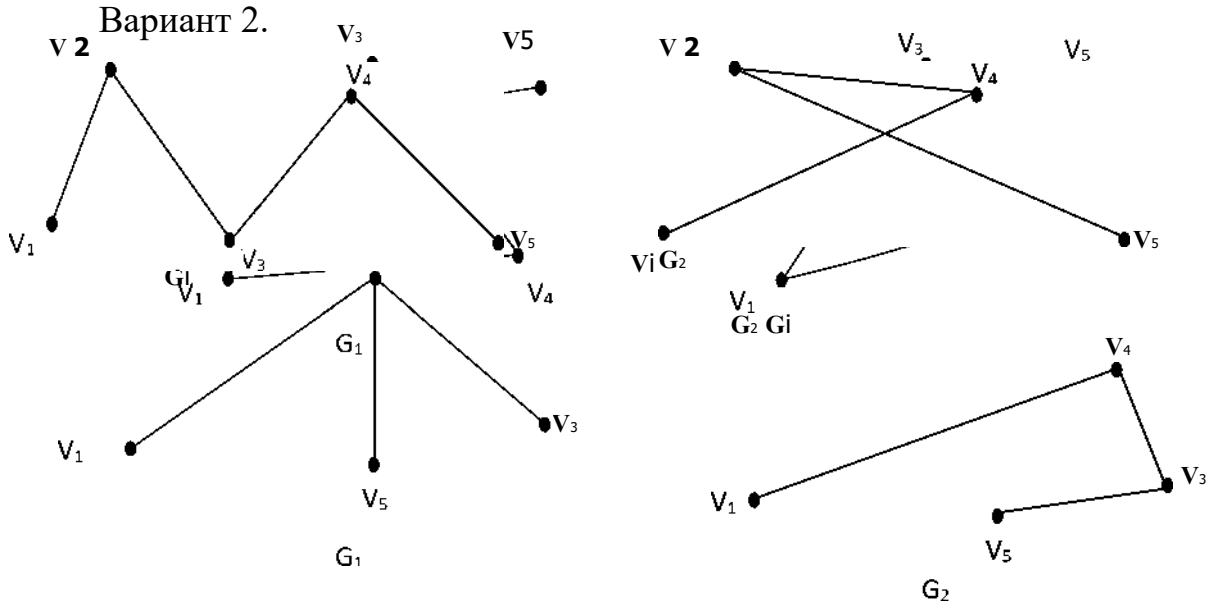
Вариант 1.



полнение до графа Gi.

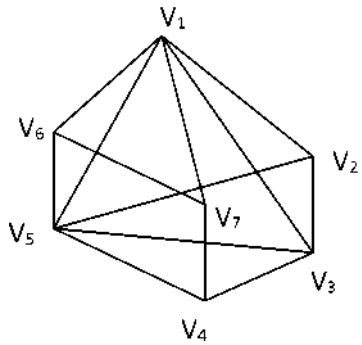
Вариант 4.

Вариант 2.

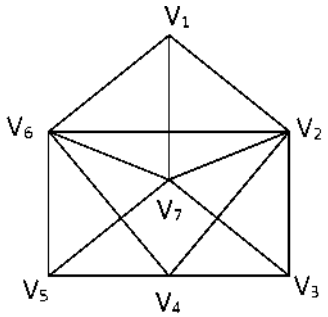


Задание 4. Г раф G задан диаграммой

1) составьте для него матрицу смежности;
2) постройте матрицу инцидентности;
3) укажите степени вершин графа;
4) найдите длину пути из вершины V_2 в вершину V_5, составьте маршруты длины 5, цепь, соединяющую вершины V_2 и V_5;
5) постройте цикл, содержащий вершину V_4.



G1



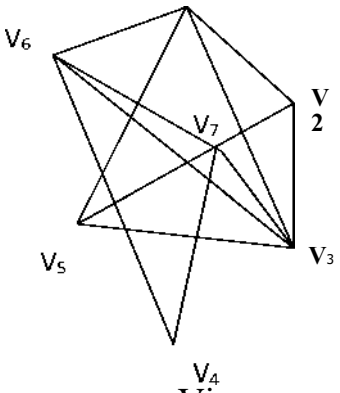
G1

Вариант 1.

Вариант 2.

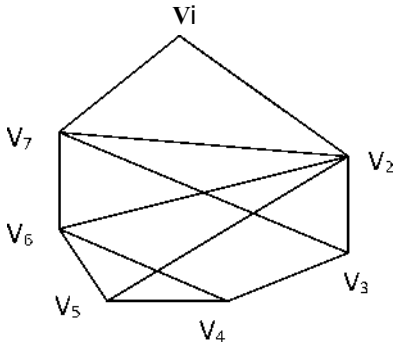
Вариант 3.

Вариант 4.



Gi

Vi



Gi

Задание 5. Постройте матрицу смежности и матрицу инцидентности для отношений, заданных графом G. Найдите число степеней входа и выхода этого графа

O

c

v

Задание 6. Орграф задан матрицей смежности. Постройте его рисунок (схему, диаграмму), определите степени вершин графа и найдите маршрут длины 5.

Вариант 1. $G = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

Вариант 2. $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

Вариант 3. $G = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

Вариант 4. $G = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

Задание 7. Ориентированный граф G(V,X) с множеством вершин V={1;2;3;4;5;6;7} задан списком дуг X

1) постройте реализацию графа G;
2) постройте матрицу инцидентности графа G;
3) постройте матрицу смежности

Вариант 1. X={(1;4); (2;1); (4;3); (4;5); (2;6); (2;6); (7;1); (7;6); (3;2); (5;4); (3;4); (2;2); (6;2); (5;5)}

Вариант 2. X={(1;5); (2;3); (2;3); (4;5); (4;6); (5;6); (5;1); (6;6); (3;2); (5;4); (6;4); (7;2); (6;7); (7;5)}

Вариант 3. X={(1;1); (2;2); (2;3); (3;5); (4;6); (4;6); (5;1); (5;6); (5;2); (6;4); (7;4); (7;2); (7;2); (7;5)}

Вариант 4. X={(1;1); (1;3); (1;3); (2;5); (2;6); (3;6); (3;1); (3;6); (3;7); (4;4); (4;6); (5;2); (6;3); (6;5)}

Актуальный список основной и дополнительной литературы представлен в рабочей программе ЕН.02 Дискретная математика с элементами математической логики.

Методические рекомендации по освоению дисциплины
ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика

Планирование и организация времени, необходимого для изучения дисциплины

Важным условием успешного освоения дисциплины ЕН.03 Теория вероятностей и математическая статистика является создание системы правильной организации труда, позволяющей распределить учебную нагрузку равномерно в соответствии с графиком образовательного процесса. Большую помощь в этом может оказать составление плана работы на семестр, месяц, неделю, день. Его наличие позволит подчинить свободное время целям учебы, что позволит сделать обучение более эффективным. Наличие самоконтроля, является необходимым условием успешной учебы. Все задания к практическим занятиям, а также задания, вынесенные на самостоятельную работу, рекомендуется выполнять непосредственно после соответствующей темы лекционного курса, что способствует лучшему усвоению материала, позволяет своевременно выявить и устранить «пробелы» в знаниях.

В ходе изучения учебной дисциплины у студента формируется следующий перечень компетенций:

- ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
- ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.
- ОК 4. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами.
- ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учётом особенностей социального и культурного контекста.
- ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.

ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государ-ственном и иностранном языке.

Подготовка к лекциям

В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Целесообразно разработать собственную систему сокращений, аббревиатур и символов. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой - в ходе подготовки к семинарам изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, новыми публикациями в периодических изданиях: журналах, газетах и т.д. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Конспектирование лекций - сложный вид вузовской аудиторной работы, предполагающий интенсивную умственную деятельность студента. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное и сделано это самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Целесообразно вначале понять основную мысль, излагаемую лектором, а затем записать ее. Желательно запись осуществлять на одной странице листа или оставляя поля, на которых позднее, при самостоятельной работе с конспектом, можно сделать дополнительные записи, отметить непонятные места.

При изучении дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», обучаемым начитываются лекции по следующим темам. В конце каждой лекции студентам предлагаются вопросы для самоконтроля.

События. Классическая и геометрическая вероятность

Вопросы для самоконтроля.

1. Какие события называются несовместными?
2. Сформулируйте классическое, статистическое и геометрическое определение вероятности.
3. В каких пределах изменяется вероятность любого события? Чему равны вероятности достоверного и невозможного событий?
4. Сформулируйте правило суммы и произведения.
5. Запишите формулы размещений, сочетаний с повторениями и без повторений, а также формулу числа перестановок.
6. Запишите свойства числа сочетаний.

Теоремы умножения и сложения вероятностей. Независимые и несовместные события

Вопросы для самоконтроля.

1. Дайте определение суммы, разности и произведения событий. Что такое противоположное событие?
2. Сформулируйте свойства операций над событиями.
3. Запишите теорему сложения вероятностей для несовместных событий.
4. Дайте определение условной вероятности события.
5. Сформулируйте теорему умножения вероятностей.
6. Какие два события называются независимыми? Что такое события независимые в совокупности?

7. Сформулируйте теорему сложения вероятностей для произвольных событий.
8. Запишите правило умножения вероятностей для независимых событий.

Формула полной вероятностей и формула Байеса

Вопросы для самоконтроля.

1. Какие события могут образовывать полную группу событий?
2. Запишите формулу полной вероятности и докажите ее.
3. Докажите формулу Байеса.
4. Дайте определение априорных и апостериорных вероятностей.

Формула Бернулли и ее асимптотические приближения

Вопросы для самоконтроля.

1. Дайте определение эксперимента и схемы Бернулли.
2. Запишите формулу Бернулли.
3. Что такое наивероятнейшее значение наступления события А? Как его можно оценить?
4. Запишите формулу Пуассона и ограничение на ее применение.
5. Сформулируйте локальную теорему Муавра-Лапласа. При выполнении какого условия она дает достаточно точные результаты?
6. Сформулируйте интегральную теорему Муавра-Лапласа. При выполнении какого условия она дает достаточно точные результаты?
7. Запишите свойства функции Лапласа.
8. Запишите следствия интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Дискретные и непрерывные случайные величины

Вопросы для самоконтроля.

1. Дайте определения СВ и закона ее распределения.
2. Что такое дискретные и непрерывные СВ?
3. Какими способами можно задать ДСВ? Опишите их.
4. Опишите математические операции над независимыми ДСВ.
5. Дайте определение и запишите формулу для вычисления математического ожидания ДСВ и сформулируйте его свойства.
6. Дайте определение и запишите формулу для вычисления дисперсии ДСВ и сформулируйте ее свойства.
7. Что такое функция распределения ДСВ. Запишите ее свойства.
8. Чему равна вероятность отдельно взятого значения НСВ?
9. Что такое плотность вероятности НСВ? Сформулируйте ее свойства.
10. Запишите формулу для вычисления математического ожидания НСВ.
11. Запишите формулу для вычисления дисперсии НСВ.
12. Дайте определения моды и медианы СВ.
13. Запишите формулы для вычисления центрального и начального моментов СВ.
14. Что такое асимметрия и эксцесс?

Основные законы распределения СВ

Вопросы для самоконтроля.

1. Опишите перечисленные выше законы распределения ДСВ.
2. Опишите перечисленные выше законы распределения НСВ.
3. Запишите формулы вычисления математического ожидания и дисперсии для каждого из перечисленных выше законов распределения.

Вопросы для самоконтроля.

Многомерные случайные величины

1. Что такое случайный вектор? Какой случайный вектор называется дискретным, а какой непрерывным?
2. Как можно задать дискретный случайный вектор?
3. Опишите, как можно составить одномерные и условные законы распределения СВ.
4. Дайте определение функции распределения двумерной СВ и сформулируйте ее свойства.
5. Дайте определение плотности вероятности двумерной СВ и сформулируйте ее свойства.
6. Какие СВ называются независимыми?
7. Запишите формулу вычисления и свойства ковариации СВ.
8. Запишите формулу вычисления и свойства коэффициента корреляции СВ.

Вариационные ряды и основы выборочного метода

Вопросы для самоконтроля.

1. Понятие выборки и генеральной совокупности.
2. Виды выборок.
3. Опишите способы задания выборки: вариационный ряд, таблица статистического распределения выборки, эмпирическая функция распределения и графический способ задания.
4. Перечислите свойства точечных оценок выборки.
5. Дайте определение доверительного интервала и запишите формулу для доверительного интервала математического ожидания.

Проверка статистических гипотез

Вопросы для самоконтроля.

1. Понятие статистической гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы.
2. Что такое статистический критерий. Виды ошибок при проверке гипотез.
3. Схема проверки гипотезы о равенстве двух генеральных средних.
4. Схема проверки гипотезы о равенстве двух генеральных дисперсий.
5. Гипотеза согласия. Критерий Пирсона и его использование для проверки гипотезы согласия.
6. Гипотеза об однородности выборок. Проверка данной гипотезы с помощью критерия Колмогорова-Смирнова.

Подготовка к практическим занятиям

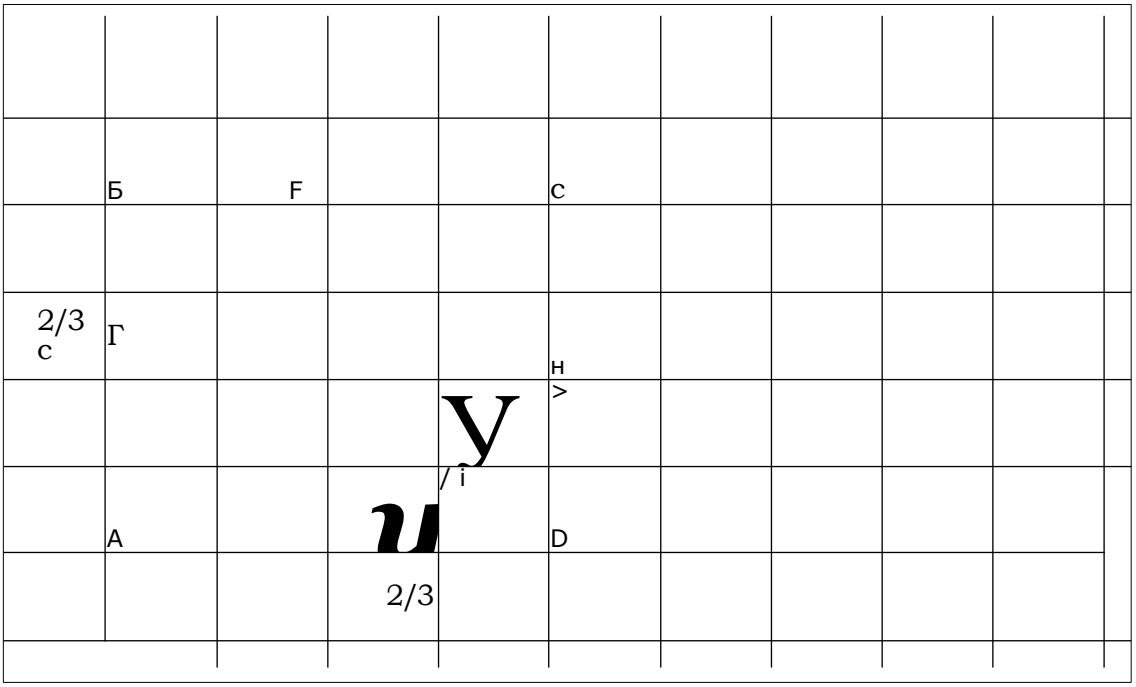
Подготовку к каждому практическому занятию студент должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме. В процессе подготовки к практическим занятиям, студентам необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы. При всей полноте конспектирования лекции в ней невозможно изложить весь материал из-за лимита аудиторных часов. Поэтому самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у студентов свое отношение к конкретной проблеме.

На практических занятиях разбираются типовые задачи по предложенной теме, далее студенту необходимо решить подобные задачи, а также задачи повышенной сложности, позволяющие комплексно применить знания, полученные в ходе изучения дисциплины.

События. Классическая и геометрическая вероятность

Пример 1. Два лица - А и В - условились встретиться в определенном месте, договорившись только о том, что каждый является туда в любой момент времени между 12 и 13 часами и ждет в течение 40 минут. Если партнер к этому времени еще не пришел или уже успел покинуть установленное место, встреча не состоится. Найти вероятность того что встреча состоится.

Решение. Обозначим моменты прихода лиц А и В в условленное место через x и y. Пусть начало отсчета 12 часов, а единица измерения один час. По условию задачи, так как длина временного промежутка между 12 и 13 часами равна 1 час, $0 < x < 1$, $0 < y < 1$. Этим неравенствам удовлетворяют координаты любой точки, принадлежащей квадрату ABCD (см. рис.).



Задачи для самостоятельного решения.

1. Слово состоит из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что карточки с буквами вынимаются в порядке следования букв заданного слова: а) «правило»; б) «комбинаторика».

2. Восьми томное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят в порядке нумерации томов?

3. Среди 30 школьников 18 изучают английский язык, а остальные немецкий.

Случайным образом распределяют четыре путевки в Англию. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся: а) ученики, изучающие английский язык; б) ученики, изучающие немецкий язык.

4. В магазин завезли партию их 10 холодильников, из которых 6 отечественного производства, а 4 импортного. Какова вероятность того, что среди купленных трех холодильников: а) ровно два импортного производства; б) хотя бы один импортного производства.

5. Наудачу взятый номер телефона состоит из 5 цифр. Какова вероятность, что в нем все цифры: а) различные; б) одинаковые; с) четные. Известно, что номер телефона не начинается с цифры 0.

6. Студент выучил 25 вопросов из 30. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее, чем на три вопроса их четырех. Взглянув на первый вопрос билета, студент обнаружил, что знает его. Какова вероятность того, что студент: а) сдаст зачет; б) не сдаст зачет.

7. Найти вероятность того, что из 10 книг, расположенных в произвольном порядке, 3 определенные книги окажутся рядом.

8. Два лица условились встретится в определенном месте меду 18 и 19 часами и договорились, что пришедший первым ждет другого в течение 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность встречи, если приход каждого в течение указанного часа может произойти в любое время и моменты прихода независимы.

9. Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него квадрата?

10. В старинной игре в кости необходимо было для выигрыша получить при подбрасывании трех игральных костей сумму очков, превосходящую 10. Найти вероятности: а) выпадения 11 очков; б) выигрыша.

Теоремы умножения и сложения вероятностей. Независимые и несовместные события

Пример 2**.** Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9; второй - 0,9; третий - 0,8. Найти вероятность того, что студентом будут сданы: а) только второй экзамен; б) только один экзамен; в) три экзамена; г) хотя бы два экзамена; д) хотя бы один экзамен.

Решение. а) События А; - студент сдаст i-ый экзамен; В - студент сдаст только второй экзамен. Заметим, что $P(A_1) = P(A_2) = 0{,}9$, $P(A_3) = 0{,}8$. Найдем вероятности противоположных событий. $P(A^\wedge) = P(A_2) = 1 — P(A2) = 1 — 0,9 = 0{,}1$, $P(A_3) = 1 — P(A_3) = 1 — 0{,}8 = 0{,}2$.

Очевидно, что $P(B) = P(A_1A_2A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0{,}1 * 0{,}9 * 0{,}2 = 0{,}018$.

б) Пусть событие С - студент сдаст только один экзамен. Данное событие произойдет, если студент сдаст либо только первый, либо только второй, либо только третий экзамен, т.е.

P(C) = $P(A1^A2A3 + {}^A1^A2\text{-}^\wedge3 + {}^A1^\wedge2^\wedge3)$

= 0,9 * 0,1 * 0,2 + 0,1 * 0,9 * 0,2 + 0,1 * 0,1 * 0,8 = 0,044.

$P(D)$ = P^^) = P(Л1)P(Л2)P(Л3) = 0,9 * 0,9 * 0,8 = 0,648.

г) Введем событие Е - студент сдаст хотя бы два экзамена. Данное событие заключается в том, что студент либо сдачу любых двух экзаменов или всех трех экзаменов, т.е. E = $Л_1Л_2Л_3$ + $Л_1Л_2Л_3$ + $Л_1Л_2Л_3$ + $Л_1Л_2Л_3$. Следовательно,

P(E)=0,9*0,9*0,8+0,1*0,9*0,8+0,9*0,1*0,8+0,9*0,9*0,2=0,954.

д) Пусть событие F - студент сдаст хотя бы один экзамен (не менее одного). Данное событие заключается в том, что он сдаст либо все три экзамена, либо любые два, либо какой-то один из экзаменов. Заметим, что событие F заключается в том, что студент не сдаст ни одного экзамена, т.е. F = $A_1A_2Л_3$. Воспользуемся формулой вероятности противоположного события

P(P) = 1 — P(P) = 1 — $P(A_1)P(A_2)P(Л_3)$ = 1 — 0,1 * 0,1 * 0,2 = 0,998.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки в первое отделение равна 0,95, во второе - 0,9 и в третье - 0,8. Найти вероятности следующих событий: а) только одно отделение получит газеты вовремя; б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

2. Прибор, работающий в течение времени t, состоит из трех узлов, каждый из которых независимо от других может за это время выйти из строя. Неисправность хотя бы одного узла выводит прибор из строя целиком. Вероятность безотказной работы в течение времени t для первого узла равна 0,9, второго - 0,95, третьего - 0,7. Найти вероятность того, что прибор в

течение времени t выйдет из строя.

3. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, равна соответственно 0,6; 0,7 и 08. Найти вероятность того, что студент найдет формулу хотя бы в одном справочнике.

4. Произведено три выстрела по цели из орудия. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,75; при втором - 0,8; при третьем - 0,9. Определить вероятность того, что будет: а) три попадания; б) хотя бы одно попадание.

5. Вероятность своевременного выполнения студентом контрольной работы по каждой и четырех дисциплин равна соответственно 0,9; 0,75; 0,8 и 0,95. Найти вероятность того, что студент вовремя выполнит контрольную работу: а) по всем дисциплинам; б) только по двум дисциплинам.

6. Среди 15 лампочек 5 стандартных. Одновременно берут наудачу 2 лампочки. Найти вероятность того, что хотя бы одна их них нестандартная.

7. В коробке 10 красных, 3 синих и 7 желтых карандашей. Наудачу вынимают три карандаша. Какова вероятность того, что: а)они разных цветов; б) одного цвета?

8. Среди 19 часов, поступающих в ремонт, 9 нуждаются в чистке механизма. Какова вероятность того, что среди взятых одновременно наудачу часов, по крайней мере, двое нуждаются в чистке механизма?

9. Вероятность попадания в мишень стрелком при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов должен произвести стрелок, чтобы с вероятностью меньшей 0,4 можно было ожидать, что не будет ни одного промаха?

10. Среди 100 билетов лотереи 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наудачу купленных билета выигрышные.

Формула полной вероятностей и формула Байеса

Пример 3. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 2:3:5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно 98, 88 и 92% случаев.

1) Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не

потребует ремонта в течение гарантийного срока.

2) Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика вероятнее всего поступил этот телевизор?

Решение**.** 1) Введем следующие обозначения:

H_1 — телевизор поступил от первого поставщика;

H_2 — телевизор поступил от второго поставщика;

H_3 — телевизор поступил от третьего поставщика;

А —телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

По условию задачи

$P(H_1) = \frac{2}{2+3+5} = 0{,}2;$ $P_{H_1}(A) = \frac{98}{100} = 0{,}98;$,

$P(H_2) = \frac{3}{2+3+5} = 0{,}3;$ $P_{H_2}(A) = \frac{88}{100} = 0{,}88;$,

$$P(H_3) = \frac{nr}{2+3+5} = 0,5; \quad P_{H_3}(A) = \frac{Q?}{100} = 0,92.$$

По формуле полной вероятности

$$P(A) = P(H_i)P_{H_i}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + P(H_3)P_{H_3}(A)$$

$$= 0,2 * 0,98 + 0,3 * 0,88 + 0,5 * 0,92 = 0,92.$$

2) Событие А - телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока. По формуле вероятности противоположного события, получим

$$P(A) = 1 - P(A) = 1 - 0,92 = 0,08.$$

Условные вероятности $P_{H_1}(A) = 1 - 0,98 = 0,02$;

$P_{H_2}(A) = 1-0,88 = 0,12$;

$P_{H_3}(A) = 1 - 0,92 = 0,08$.

По формуле Байеса найдем апостериорные вероятности

$$P_A(H_1) = \frac{0,2*0,02}{0,08} = 0,05;$$

$$P_A(H_2) = \frac{0,3*0,12}{0,08} = 0,45;$$

$$P_A(H_3) = \frac{0,5*0,08}{0,08} = 0,5.$$

Из приведенных выше вычислений видно, что вероятнее всего, проданный телевизор, потребовавший ремонта в течение гарантийного срока, произведен третьим поставщиком.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: 1-ый класс - малый риск, 2-ой класс - средний, 3-ий класс - большой риск. Среди клиентов компании 50% - первого класса риска, 30% - второго и остальные вероятность необходимости третьего. Вероятность выплаты страхового возна

2. граждения для первого класса равна 0,02; для второго - 0,05 и для третьего - 0,09. Какова вероятность того, что: а) застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования; б) получивший денежное вознаграждение застрахованный относится ко второму классу риска?

3. Человек вышел на пересечение четырех тропинок. Вероятность выйти из леса в тот же день по первой тропинке равна 0,9; по второй - 0,85; по третьей - 0,7; по четвертой - 0,75. Найти вероятность того, что при случайном выборе тропинки человек выйдет из леса в тот же день и вероятность того, что при этом была выбрана третья тропинка.

4. В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 7:8:5. Среди продукции первой фирмы брак составляет 5%, второй - 10%, третьей - 7%. Найти вероятность того, что: а) приобретенное изделие окажется стандартным; б) приобретенное бракованное изделие изготовлено первой фирмой.

5. Вся продукция цеха проверяется двумя контролерами, причем первый контролер проверяет 65% изделий, а второй остальные. Вероятность того, что первый контролер пропустит бракованное изделие равна 0,01, второй - 0,02. Взятое наудачу изделие оказалось бракованным. Каким контролером вероятнее всего оно проверялось?

6. В вычислительной лаборатории имеется шесть клавишных автомата и четыре полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя равна 0,9; для полуавтомата 0,75. Студент производит расчет на произвольно выбранной машине. Найти вероятность того, что за время проведения расчетов машина не выйдет их строя.

7. В пирамиде пять винтовок, из которых три имеют оптический прицел. Вероятность того, что стрелок поразит цель из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95; для винтовки без оптического прицела 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена и при этом была выбрана винтовка без оптического прицела.

8. Число грузовых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по тому же шоссе как 8:6. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина равна 0,1; для легковой - 0,2. К бензоколонке для заправки подъехала машина. Найти вероятность того, что это легковая машина.

9. В группе 10 студентов, из них 3 подготовлены отлично, 4 - хорошо, 2 - посредственно

и 1 - плохо. К экзамену было задано 30 вопросов. Отлично подготовленный студент знает ответ на все вопросы, хорошо подготовленный - на 24, посредственно - на 17, плохо - на 10. Какова вероятность того, что: а) произвольно выбранный студент ответит на поставленный вопрос; б) ответивший на вопрос студент плохо подготовлен?

10. Решить предыдущую при задачу при условии, что студент должен ответить не на один, а на три вопроса.

11. Два стрелка по одному разу стреляют по мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 07; для второго - 0,85. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что она принадлежит второму стрелку.

Формула Бернулли и ее асимптотические приближения

Пример 4. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,9. Найти вероятность того, что: а) среди отобранных пяти деталей окажется ровно три стандартных; б) не менее двух стандартных.

Решение.

Т.к. в каждом испытании возможны только два исхода:

- деталь является стандартной;
- деталь является не стандартной, то мы имеем дело со схемой Бернулли. Вероятность изготовления стандартной детали $p=0,9$; вероятность изготовления нестандартной детали равна $q=1-p=1-0,9=0,1$.

а) Для нахождения вероятности того, что среди отобранных пяти изделий будет ровно три стандартных, воспользуемся формулой (4.1).

$$p_5(3) = C_5^3 * 0{,}9^3 * 0{,}1^{5-3} = \frac{5!}{3! * 2!} * 0{,}729 * 0{,}01 = 10 * 0{,}00729 = 0{,}0729.$$

б) Вероятность того, что среди отобранных пяти изделий окажется не менее двух стандартных найдем по формуле:

$$p(т > 2) = 1 — p(т < 1) = 1 — p_5(0) — p_5(1).$$

Вероятности $p_5(0)$ и $p_5(0)$ найдем по формуле (4.1).

$$p_5(0) = C_5^0 * 0{,}9^0 * 0{,}1^{5-0} = 1 * 1 * 0{,}00001 = 0{,}00001.$$

$$p_5(1) = C_5^1 * 0{,}9^x * 0{,}1^{5-1} = \frac{5!}{1! * 4!} * 0{,}9 * 0{,}0001 = 5 * 0{,}00009 = 0{,}00045.$$

В итоге получим, что $p(ш > 2) = 1 — 0{,}00001 — 0{,}00045 = 0{,}99954$.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Вероятность малому предприятию быть банкротом за время t равна 0,2. Найти вероятность того, что из шести малых предприятий за время t сохранятся: а) два; б) более двух.

2. В среднем пятая часть поступающих в продажу автомобилей некомплектны. Найти вероятность того, что среди десяти автомобилей некомплектны: а) три автомобиля; б) менее трех.

3. В семье десять детей. Считая вероятности рождения мальчика и девочки равными между собой, определить вероятность того, что в данной семье: а) не менее трех мальчиков; б) не более трех мальчиков.

4. Два равносильных противника играют в шахматы. Что более вероятно: а) выиграть две партии из четырех или три партии их шести; б) не менее двух партий их четырех или не менее трех партий из шести? (Ничьи в расчет не принимаются.)

5. В банк отправлено 4000 пакетов денежных знаков. Вероятность, что пакет содержит недостаточное или избыточное число денежных знаков, равна 0,0001. Найти вероятность того,

что при проверке будет обнаружено: а) три ошибочно укомплектованных пакета; б) не более трех пакетов.

6. В вузе обучается 7200т студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день года, равна —. Найти: а) наиболее вероятное число студентов, родившихся 1 мая, и вероятность этого события; б) вероятность того, что по крайней мере 3 студента имеют один и тот же день рождения.

7. Известно, что в среднем 60% всего числа изготовляемых заводом телефонных аппаратов является продукцией первого сорта. Чему равна вероятность того, что в изготовленной партии окажется: а) 6 аппаратов первого сорта, если партия содержит 10 аппаратов; б) 120 аппаратов первого сорта, если партия содержит 100 аппаратов.

8. Вероятность того, что перфокарта набита оператором неверно, равна 0,1. Найти вероятность того, что: а) из 200 перфокарт правильно набитых будет не меньше 180; б) у того же оператора из 10 перфокарт будет неверно набитых не более двух.

9. Аудиторную работу по теории вероятностей с первого раза успешно выполняет 50% студентов. Найти вероятность того, что из 400 студентов работу успешно выполнят: а) 180 студентов; б) не менее 180 студентов.

10. При обследовании уставных фондов банков установлено, что пятая часть банков имеют уставной капитал свыше 100 млн рублей. Найти вероятность того, что среди 1800 банков имеют уставной капитал свыше 100 млн рублей: а) не менее 300; б) от 300 до 400 включительно.

Дискретные и непрерывные случайные величины

Пример 5. Функция ^(x) задана в виде

$$<p^{(}x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1; \\ \dfrac{A}{vx^4}, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: а) значение постоянной А, при которой функция будет плотностью вероятности некоторой СВ X; б) выражение функции распределения F(x); в)

вычислить вероятность того, что СВ X при мет значение на отрезке [2; 3]; г) математическое ожидание и дисперсию СВ X.

Решение. а) Для того, чтобы ^(x) была плотность вероятности она должна

$= -hm(-b^{4} + 1^{3}) = -dm(1 - \frac{}{}) = - = 1,$

A

f^{m} ®(x)dx = f^{1} 0dx + f^-rdx = 0 + Hm 4dx = A Urn ffx dx =
J-m^K J j-m j 1 x4 b^<x^J 1 X4 b^OT^J1

m A , __ ___4 A (1 \ A
b

= A U m
b^m —3

откуда A=3.

б) Если x < 1, то $F(x) = <p(t)dt = \frac{X}{m} 0dt = 0$

Если X>U то F(z) = ° + 'X 3 = 3 (— £T)|1 = -3 \ \ ?X
3

3 b ^ m 3 b ^ m \ ft3/ 3
быть неотрицательной, т.е. — > 0. Таким образом, получим A > 0.

{0, при x < 1;
1
1 — —, при x > 1.

в) Воспользуемся формулой (6.2).

г) С помощью формулы (6.4) вычислим математическое ожидание СВ.

3 3 3 1 3 1 1 1l 1l 19
p(2 < x <3) = I = — 2 = — 33—(—2 3) = —27 + 8 = 8 216

• m 3 rm 3
xV x (—) dx = 0 + I -тт dx =
J-, x3

rm r1 rm /3 \ f
M(A) = J x^(x)dx = J x * 0dx + J x (—) dx = 0 + J

4 ² 9 3